



**FCTUC** DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

# **Gestão Optimizada das Águas Subterrâneas**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia do Ambiente na Especialidade de Território e Gestão do Ambiente

Autor

**Cláudio de Jesus Mendes Correia**

Orientador

**Doutora Maria da Conceição Morais de Oliveira Cunha**

**Coimbra, Julho, 2012**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todos os que, de uma forma ou de outra, tornaram possível a realização deste trabalho.

À Professora Doutora Maria da Conceição Cunha, um agradecimento muito especial pelo rigor e disponibilidade com que sempre orientou e apoiou a realização deste trabalho.

À minha família, em particular a minha mãe Zeferina, aos meus avós Agostinha, Lucas e Arminda, os meus primos Euclides, Daniel e Marly e aos meus tios Arlindo, Ermelindo, Ricardina e Isa um obrigado muito especial pelo constante incentivo e apoio incondicional.

Aos meus colegas e amigos Euclides Ortet, Edson, Nélida e Flaviano agradeço pela ajuda e motivação.

E por fim, à Crisminda Almeida, minha namorada, que com a sua infinita paciência sempre me apoiou e incentivou na realização desta dissertação.

## RESUMO

A procura de água, a todos os níveis, tem vindo a originar exploração inadequada e aumento da escassez dos recursos hídricos bem como graves problemas de poluição. As águas superficiais são as mais afectadas, consequentemente, há um maior recurso às águas subterrâneas, começando estas, também a ser afectadas por aqueles problemas.

Por estes factos, torna-se necessária uma exploração adequada e planeada destes recursos. Esta dissertação se insere precisamente no âmbito do planeamento e gestão das águas subterrâneas.

Sistemas de águas subterrâneas são sujeitas a várias incertezas. No futuro diferentes cenários podem ocorrer dependendo das variações demográficas, ambientais e tecnológicas. A incerteza considerada neste trabalho é a variação na solicitação na procura de água. Assim, a aplicação do modelo de optimização robusta visa encontrar soluções fiáveis em qualquer cenário provável.

A presente dissertação propõe-se resolver três problemas a minimização da soma das alturas de elevação, a minimização do custo de extracção de um dado caudal considerando uma abordagem determinística e a minimização do custo de extracção de um dado caudal utilizando uma abordagem robusta de um problema hipotético de planeamento e gestão referente ao aquífero de Palmela. Os problemas são resolvidos utilizando uma das técnicas de optimização o Software GAMS/MINOS.

O GAMS/MINOS é concebido para resolver problemas de características lineares e não lineares em que facilmente é encontrado o óptimo local.

**Palavras-chave:** Optimização determinística, optimização robusta, GAMS/MINOS, planeamento e gestão de águas subterrâneas.

## ABSTRACT

The demand for water, for many different purposes, has meant an inappropriate exploitation and shortage of water resources, as well as serious pollution problems. Surface waters are the most affected, consequently, there is a greater use of groundwater that also to be affected by those problems.

For these facts, it is necessary an appropriate exploitation and planned of these resources. This dissertation is concerned precisely with the planning and management of groundwater.

Groundwater systems are subject to several uncertainties. In the future different scenarios can occur depending on the demographic, environmental and technological changes. Uncertainty considered in this work is the variation of the demand of water. Thus, the implementation of robust optimization model aims to find reliable solutions in any likely scenarios.

This work aims to solve three problems minimizing the sum of the head elevation, minimizing the cost of extraction of a given flow rate using a deterministic approach and minimizing the cost of extraction of a given flow rate using a robust approach of a hypothetical problem of planning and management based on the Palmela aquifer system. The problems are solve using one of the techniques of optimization namely, GAMS/MINOS.

The GAMS/MINOS is designed to solve linear and non-linear problem, which is easily to find the locally optimal.

**Keywords:** Deterministic optimization, Robust optimization, GAMS/MINOS, planning and management of groundwater.

## Índice

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	1
<b>2 OS SISTEMAS AQUÍFEROS</b>	4
2.1 Sua formação	4
2.2 Importância das águas subterrâneas	5
2.3 Tipos dos Aquíferos	8
2.4 Princípios Básicos e parâmetros característicos	9
<b>3 PLANEAMENTO E GESTÃO DE SISTEMAS AQUÍFEROS</b>	16
3.1 Considerações gerais	16
3.2 Aplicações de modelos de gestão	22
<b>4 SOFTWARE GAMS/MINOS</b>	28
4.1 Introdução	28
4.2 Estrutura do modelo GAMS	29
<b>5 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA</b>	31
5.1 Os sistemas Aquíferos do município de Palmela	31
5.2 Formulação do modelo de Optimização determinístico	33
5.3 Formulação do modelo de Optimização robusta	38
<b>6 RESOLUÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b>	43
6.1 Introdução	43
6.2 Natureza dos Problemas	43
6.3 Dados dos Problemas	44
6.4 Análise dos resultados	44
6.4.1 Minimização da soma das alturas de elevação	44
6.4.2 Minimização do custo utilizando o modelo determinístico	49
6.4.3 Modelo de Optimização robusta	54
<b>7 CONCLUSÃO</b>	61
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	64

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1	Ciclo hidrológico (adaptado da publicação sob projecto nº P-IV-1052 do Programa Ciência Viva).....	4
Figura 2.2	Águas subterrâneas no globo (adaptado de Associação Portuguesa dos Recursos Hídricos (APRH)).....	5
Figura 2.3	Origem da água para o consumo público por distrito (adaptado em APRH).....	6
Figura 2.4	Origem da água consumida nas actividades industriais por bacia hidrográfica (adaptado em APRH).....	6
Figura 2.5	Origem da água consumida na agricultura por bacia hidrográfica (adaptado em APRH).....	7
Figura 2.6	Esquema dos diferentes tipos de aquíferos (adaptado de CUNHA, 1997)....	9
Figura 2.8	Elemento de volume de um aquífero confinado (adaptado de CUNHA, 1997).....	13
Figura 2.9	Elemento de volume de um aquífero freático (a adaptado de CUNHA, 1997).....	13
Figura 3.1	Coeficientes de influência (adaptado de CUNHA, 1997).....	21
Figura 5.1	Localização de Palmela em Portugal (adaptado de FRAGOSO et al.,2009).....	31
Figura 5.2	Sistema hidrogeológica (adaptado de FRAGOSO et al.,2009).....	32
Figura 5.3	Litologia da península de Palmela (adaptado de FRAGOSO et al.,2009).....	33
Figura 6.1	Variação da diferença de custo com os coeficientes de penalidades do rebaixamento para o caso 1.....	55

Figura 6.2	Varição da diferença de custo com os coeficientes de penalidades do caudal para o caso 1.....	56
Figura 6.3	Varição da diferença de custo com os coeficientes de penalidades do rebaixamento e do caudal para o caso 1.....	56

## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 6.1	Solução óptima em termos de caudais extraídos e rebaixamentos em cada captação seleccionada para solicitação de 10000 m <sup>3</sup> /dia.....	45
Quadro 6.2	Solução óptima em termos de caudais extraídos em cada captação seleccionada para solicitação de 50000 m <sup>3</sup> /dia.....	46
Quadro 6.3	Solução óptima em termos de rebaixamentos provocados em cada captação para a solicitação de 50000 m <sup>3</sup> /dia.....	47
Quadro 6.4	Caudais extraídos e rebaixamentos sem consideração de restrição do caudal.....	48
Quadro 6.5	Solução óptima em termos de caudais extraídos em cada captação para solicitação de 10000 m <sup>3</sup> /dia.....	49
Quadro 6.6	Solução óptima em termos de caudais extraídos em cada captação para solicitação de 50000 m <sup>3</sup> /dia.....	50
Quadro 6.7	Solução óptima e termos de rebaixamentos provocados em cada captação para a solicitação de 10000 m <sup>3</sup> /dia.....	53
Quadro 6.8	Solução óptima em termos de rebaixamentos provocados em cada captação para a solicitação de 50000 m <sup>3</sup> /dia.....	54
Quando 6.9	Probabilidades da ocorrência dos cenários.....	55
Quadro 6.10	Captações violadas considerado nulo o coeficiente de penalidade do rebaixamento para o caso 1.....	57
Quadro 6.11	Solução do modelo robusto em termos de caudais extraídos e captações seleccionadas.....	58
Quadro 6.12	Solução do modelo robusto em termos de rebaixamento ocorrido em cada captação.....	59



## SIMBOLOGIA

$A_{l,i}$	coeficiente de influência em regime permanente;
$A$	área;
$b$	espessura do aquífero;
$c_e$	custo de elevar uma unidade de caudal por unidade de altura;
$C_{desej_s}$	custo desejado para o cenário $s$ ;
$C_{pc}$	coeficiente de penalidade do caudal;
$C_{pr}$	Coeficiente de penalidade do rebaixamento;
$g$	aceleração da gravidade;
$G_{x,xj;y,yj}$	função de Green;
$h$	nível freático para aquíferos não confinados ou nível piezométrico para aquíferos confinados;
$HS_l$	distância entre o nível superior do aquífero e o nível do solo;
$k$	captação de coordenadas $x$ e $y$ ;
$k_i$	permeabilidade intrínseca;
$K$	condutividade hidráulica;
$M$	número de captações;

---

$m$	número de restrições;
$n$	números de variáveis de decisão;
$N$	número totais de captações disponíveis para efectuar a bombagem;
$NC$	número de cenários;
$P_s$	probabilidade dos cenários;
$q_{x_j, y_j, t}$	caudal instantâneo bombado na captação de coordenadas $x_j, y_j$
$Q$	caudal;
$Q_l$	caudal bombado na captação $l$ ;
$Q_{j,i}$	caudal bombado ou recarregado na captação $j$ , no período $i$ ;
$Q_{l,s}$	caudal bombado na captação $l$ para o cenário $s$ ;
$Q_{\max l}$	caudal máximo permitido em cada captação de bombagem;
$QT$	caudal total solicitado;
$QTdesej_s$	caudal desejado para o cenário $s$ ;
$R_l$	rebaixamento ocorrido na captação $l$ ;
$R_{k,n}$	rebaixamento na captação $k$ no período $n$ ;
$R_{i,s}$	rebaixamento ocorrido na captação $i$ para o cenário $s$ ;
$R_{\max l}$	rebaixamento máximo permitido em cada captação;

---

$R_{x,y,t}$	rebaixamento na captação de coordenadas x, y no tempo t;
$R_{desej,i,s}$	rebaixamento desejado na captação i para o cenário s;
$S$	coeficiente de armazenamento;
$S_y$	cedência específica;
$S_r$	retenção específica;
$S_s$	armazenamento específico;
$t$	tempo;
$T$	transmissividade;
$V$	volume total;
$V_v$	volume de vazios;
$x$	coordenada;
$y$	coordenada;
$z$	coordenada;
$\eta$	porosidade;
$\rho$	massa volúmica da água;
$\alpha$	compressibilidade da matriz sólida;
$\alpha_{k,j,i}$	rebaixamento na captação k em consequência de uma bombagem ou recarga unitária na captação j até ao período i;
$\beta$	compressibilidade da água;

$\beta_{k,j,i}$  coeficiente de influência em regime não permanente;

$\gamma$  peso volúmico da água;

$\mu$  viscosidade dinâmica da água;

$\delta(x - x_j)\delta(y - y_j)$  função de Dirac.

## 1 INTRODUÇÃO

As águas subterrâneas são um recurso natural imprescindível para a vida e para a integridade dos ecossistemas. Essas águas encontram-se armazenadas no subsolo formando os denominados aquíferos.

Os aquíferos constituem, principais reservatórios de águas que têm possibilitado responder à crescente procura de água para as várias utilizações.

O aumento da população e das suas necessidades bem como o crescente desenvolvimento industrial, têm vindo a criar problemas presentes e/ou futuros no que diz respeito à quantidade e qualidade dessas águas. Entretanto, não há dúvidas de que as águas superficiais são as mais atingidas, o que torna cada vez maior, recurso as águas subterrâneas. Estas águas constituem uma componente preponderante no abastecimento público de água em Portugal.

De facto, os factores referidos anteriormente têm condicionado o aumento do consumo, exploração incorrecta e consequente escassez das águas. Assim, com intuito de um procedimento apropriado de exploração que garanta as quantidades desejadas e níveis de qualidade adequado nos locais e nos momentos oportunos tem ressaltado enormes inquietações dos diferentes agentes de decisão.

Por outro lado, onerosos investimentos são necessários para actuar e tomar decisões respeitantes à exploração sustentável das águas subterrâneas, o que torna essencial uma gestão optimizada desse recurso.

Nesta conjuntura, são necessárias a intervenção política e técnica. A intervenção política possibilita a satisfação dos interesses e necessidades das populações esclarecendo quais os objectivos das intervenções, enquanto a intervenção técnica tem de expor uma solução técnica que satisfaça os requisitos da intervenção política.

Deste facto, as técnicas de optimização desempenham um papel preponderante. Tais técnicas, permitem tomar as melhores decisões quanto às infra-estruturas a realizar e à forma de as explorar. Assim, torna-se necessário a resolução de um modelo decisional, para obtenção dessas decisões. Decisões essas, que são constituídos por uma função objectivo que representa o objectivo da intervenção como minimizar alturas de elevação para bombagem de um caudal, minimizar custos de bombagem para satisfazer um dado caudal, maximizar o caudal a bombear, etc. e pelas restrições que reproduzem as exigências a ter em conta no âmbito desse processo como limitação de rebaixamentos, limitação dos caudais a extrair, limitação de números de poços a abrir, etc.

Nesta dissertação, três problemas de planeamento e gestão de um sistema aquífero, o aquífero da península de Palmela é exposto. O comportamento físico do mesmo é incorporado no modelo decisional através do Método da Matriz dos Coeficientes de Influência.

Esses problemas serão resolvidos utilizando o Software GAMS/MINOS (Murtagh e Saunders 1985a).

Esta técnica de optimização é aplicado quando se pretende resolver problemas de características lineares e não-lineares, onde facilmente o óptimo local é encontrado. Tal técnica, tem sido utilizado em alguns problemas de engenharia. Theodossiou (2004a) utilizou com o objectivo de minimizar o custo de bombagem de águas subterrâneas por forma a satisfazer a procura de águas para irrigação. Almeida e Cunha (2006) aplicaram o referente a um problema de distribuição de águas de uma barragem para vários fins.

Tenreiro et al (2008a) usaram para avaliar o efeito da transmissividade na relação custo/exploração de um aquífero.

Quando se pretende tratar com toda a globalidade os problemas de planeamento e gestão, estes envolvem a componente de concepção e de exploração em simultâneo pelo que não se consegue a resolução com os métodos de programação tradicionais (Programação Linear, Programação Não-linear, etc.).

Surgiram, mais recentemente as mais conhecidas técnicas heurísticas modernas que tratam o problema com todo o seu realismo. Fazem parte deste grupo o Recozimento simulado, os algoritmos genéticos, etc.

O Recozimento Simulado e os Algoritmos Genéticos têm demonstrado em trabalhos anteriores, dar bons resultados na resolução de problemas dessa natureza, (Hasiao e Chang, 2002a; Cunha, 2003a; Rao et al, 2003a; Moradi- Jalal et al, 2004; Ayvaz e Karahan, 2008a; Fragoso et al, 2009a; Gad et al, 2011a).

No presente trabalho, o problema a resolver diz respeito a minimização das alturas de elevação, a minimização do custo de extracção de um dado caudal utilizando a abordagem determinística e uma abordagem robusta. Foi tido em conta somente a componente de custo de extracção, não considerando os custos de infra-estruturas. Assim, torna-se relativamente mais fácil obter a solução óptima recorrendo ao solver GAMS/MINOS.

Para além do presente capítulo, esta dissertação é constituída por mais seis. O capítulo número dois apresenta uma descrição do sistema físico dum aquífero, incluindo definições, sua formação, importância das águas subterrâneas, tipos, princípios básicos e parâmetros característicos e equações descritivas dos sistemas aquíferos.

No capítulo três apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre modelos de planeamento, sua descrição e evolução, bem como, sobre os métodos de resolução.

No quarto capítulo, é apresentada o Software escolhido para a resolução do problema proposto, o GAMS/MINOS. Descreve-se a sua definição e estrutura.

No capítulo seguinte é feita a descrição do problema e se constrói o modelo de optimização determinístico e modelo de optimização robusta.

O capítulo seis apresenta a resolução do problema e discussão dos resultados.

Por fim no capítulo sete será apresentada as conclusões finais do trabalho elaborado.

## 2 OS SISTEMAS AQUÍFEROS

### 2.1 Sua formação

As águas subterrâneas resultam da água que se infiltra nos espaços vazios entre as partículas sólidas do solo após a precipitação. A precipitação faz parte de um dos componentes importantes do ciclo hidrológico, possibilitando o aumento das águas subterrâneas. A figura 2.1 esquematiza o ciclo hidrológico, em que representa o movimento e a troca de água nos seus diferentes estados físicos, que ocorre na hidrosfera, entre os oceanos, as águas superficiais, as águas subterrâneas e a atmosfera.

Esse percurso permanente deve-se ao sol, que fornece a energia para elevar a água da superfície terrestre para a atmosfera (evaporação), e a gravidade que faz com que a água condensada caia (precipitação). A água uma vez na superfície, circule através das suas linhas que se reúnem em rios até atingirem os oceanos (escoamento superficial) ou se infiltre no solo e nas rochas, através dos seus poros, fissuras e fracturas (escoamento subterrâneo).

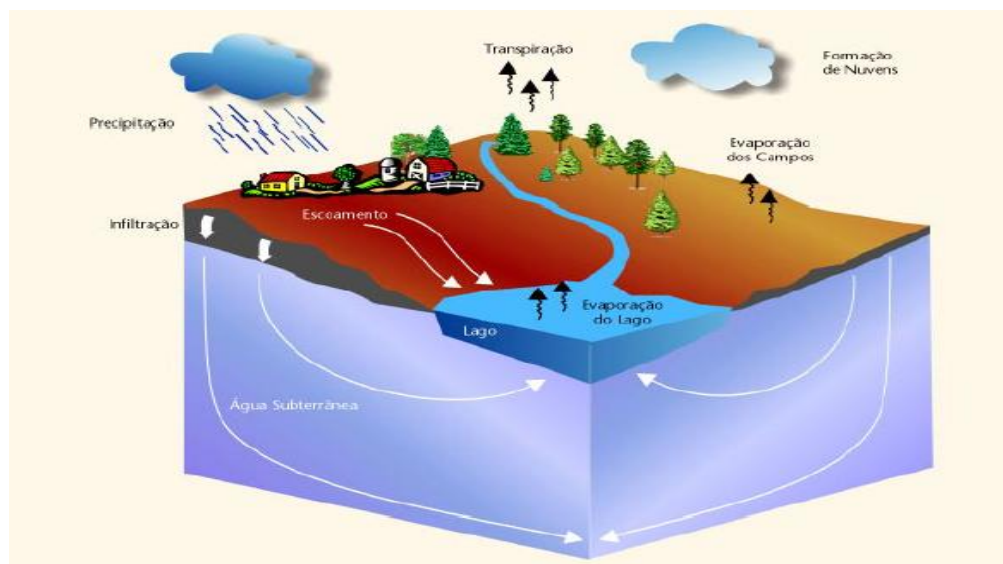


Figura 2.1- Ciclo hidrológico (adaptado da publicação sob projecto nº P-IV-1052 do Programa Ciência Viva)



## 2.2 Importância das águas subterrâneas

Os aquíferos são reservatórios de águas subterrâneas com capacidade de transmitir e armazenar a água, cuja captação e exploração seja sustentável. A principal fonte de alimentação das águas subterrâneas corresponde a água que infiltra nos espaços vazios entre as partículas sólidas após a precipitação. Estas águas representam uma importante componente do ciclo hidrológico (figura 2.1), em termos estratégicos de água doce a nível mundial.

Esquemáticamente a figura 2.2 mostra em termos percentuais a quantidade de águas subterrânea disponível no globo.



Figura 2.2 – Águas subterrâneas no globo (adaptado de Associação Portuguesa dos Recursos Hídricos (APRH))

Do total da água disponível na terra, 2,5 % corresponde a água doce. Desta percentagem cerca de 30 % corresponde as águas subterrâneas e apenas 0,3% representa a água que ocorre em rios e lagos.

Em Portugal continental, as águas subterrâneas representam uma parcela importante na origem da água captada para o consumo público por distrito (figura 2.3). Essas águas representam também um papel crucial na origem da água consumida por actividades industriais e para agricultura por bacia hidrográfica (figura 2.4 e 2.5).

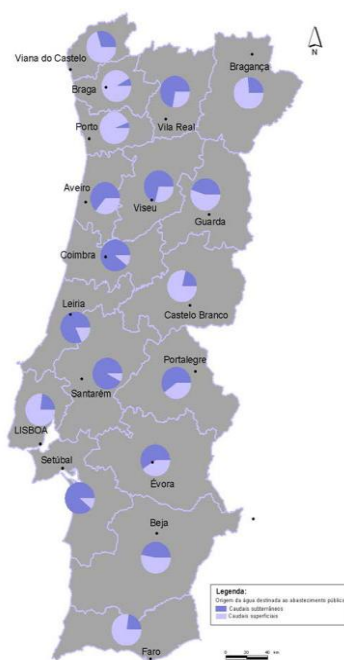


Figura 2.3 – Origem da água para o consumo público por distrito (adaptado em APRH)

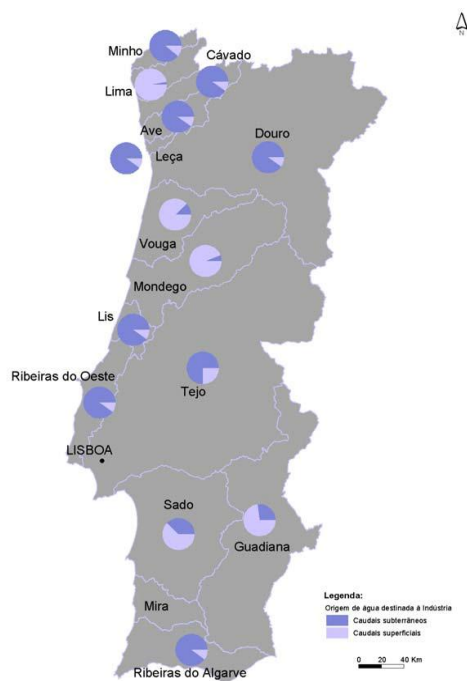


Figura 2.4 – Origem da água consumida nas actividades industriais por bacia hidrográfica (adaptado em APRH)

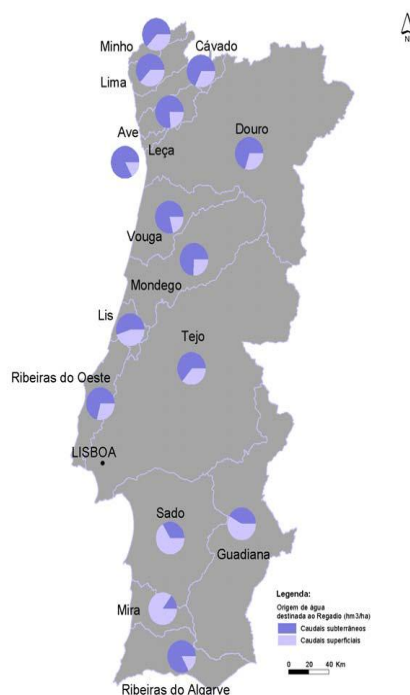


Figura 2.5 – Origem da água consumida na agricultura por bacia hidrográfica (adaptado em APRH)

A figura 2.3 apresentada anteriormente, mostra que 44% da água utilizada para o abastecimento público é de origem subterrânea, sendo os maiores consumos situam-se nos distritos de Aveiro, Coimbra, Leiria, Santarém, Setúbal e Vila Real.

Relativamente a origem da água consumida por actividades industriais por bacia hidrográfica, 50% são da origem subterrânea e as bacias com maior consumo correspondem a bacia do Tejo, Douro, Ave e Liz (figura 2.4).

No sector agrícola 65% da água consumida é de origem subterrânea, sendo as bacias hidrográficas com mais consumo são as do Tejo, Mondego, Vouga e Douro (figura 2.5).

Entretanto, devido ao aumento populacional e ao desenvolvimento industrial há muito a fazer relativamente ao seu ordenamento à fiscalização e monitorização das águas subterrâneas, para que seja possível uma avaliação correcta do seu potencial, dos problemas de contaminação que podem ocorrer e da vulnerabilidade às utilizações projectadas e a projectar.

## 2.3 Tipos dos Aquíferos

Os aquíferos podem classificar-se em diversos tipos. Encontra-se esquematizada esta tipologia na figura 2.6 (Lencastre e Frango, 1992). O aquífero freático ou livre é aquele que é limitado inferiormente por uma camada impermeável e o nível de água encontra-se a pressão atmosférica. Neste tipo de aquífero não possui uma camada impermeável a limita-lo superiormente, sendo o nível freático ou nível piezométrico coincide com o nível da água.

O aquífero confinado, ao contrário do anterior é aquele que é limitado superiormente e inferiormente por camadas impermeáveis sendo a pressão no aquífero é superior a pressão atmosférica. Existem uma subida de água neste tipo de aquífero a um nível acima da camada impermeável quando é aberta nele uma captação. Nestes aquíferos o escoamento dá-se sob pressão, representando a altura a que a água sobe na captação, o valor do nível piezométrico nesse ponto. Assim, se este for superior ao nível do solo, o aquífero para além de confinado designa-se por artesianos ou repuxante.

O aquífero semiconfinado é aquele em que as camadas limitantes superior e/ou inferior de um aquífero serem semipermeáveis. Existe ainda os aquíferos suspensos que é um caso particular dos aquíferos freáticos e que aparece quando uma formação impermeável aparece entre a zona saturada e a superfície do solo, dando origem à retenção de águas de infiltração acima dessa formação.

Para além dos aquíferos existem os aquitardos, formações geológicas com baixa permeabilidade, que podem armazenar água mas que a transmite com dificuldade ou seja, lentamente não sendo rentável o seu aproveitamento a partir de captações, os aquicludos que embora armazenam água mas não transmitem qualquer quantidade e os aquífugos com formação geológica impermeável que não armazenam, não conduzem e nem transmitem a água.

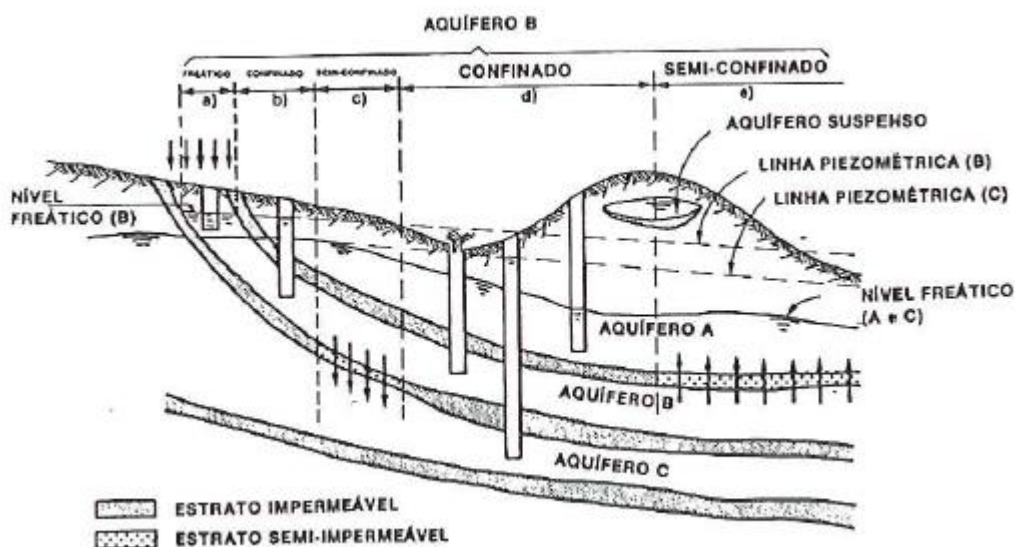


Figura 2.6 – Esquema dos diferentes tipos de aquíferos (adaptado de Cunha, 1997)

## 2.4 Princípios Básicos e parâmetros característicos

Os aquíferos podem ser caracterizados fisicamente por vários parâmetros. A porosidade,  $\eta$ , é uma grandeza de extrema importância no estudo das águas subterrâneas, sendo definida como relação entre o volume de vazios e o volume total:

$$\eta = \frac{V_v}{V}, \quad (2.1)$$

em que:

$V_v$  é o volume de vazios;

$V$  é o volume total.

A porosidade permite avaliar as capacidades de uma formação geológica como aquífero. Contudo, não permite quantificar a capacidade de um aquífero transmitir ou ceder água.

Para avaliar as características físicas dos sistemas aquíferos relativo a variação dos níveis piezométricos que ocorre devido a libertação ou armazenamento de águas, dois importantes conjuntos de grandezas podem ser distinguidas.

Por um lado, os aquíferos representam grandes reservatórios de águas subterrâneas e nesta conjuntura, quantificam-se os parâmetros como cedência específica e retenção específica nos aquíferos freáticos (aquífero não confinado) e os parâmetros como armazenamento específico e coeficiente de armazenamento nos aquíferos confinados.

Nos aquíferos não confinados ou aquíferos freáticos, o abaixamento do nível de água ocorre devido a drenagem de água dos vazios. Deste facto, há uma percentagem dessa água que não se consegue extrair devido aos fenómenos de adesão (atracção entre as parcelas dos vazios e as parcelas de água) e coesão (atracção entre as moléculas de água). Assim, designa-se por retenção específica,  $S_r$ , a relação entre o volume de água retido e o volume total.

O outro parâmetro analisado nos aquíferos freáticos é a cedência específica,  $S_y$ , que é definida como a relação entre o volume de água cedida do armazenamento, por unidade de área horizontal do aquífero e unidade de abaixamento do nível freático:

$$S_y = \frac{dV}{Adh}, \quad (2.2)$$

em que:

$dV$  é o volume de água cedida do armazenamento;

$A$  é a área horizontal do aquífero;

$dh$  é o abaixamento do nível freático na área  $A$ .

Facilmente pode-se deduzir a partir das definições apresentadas anteriores que:

$$\eta = S_y + S_r. \quad (2.3)$$

Comparativamente nos aquíferos confinados estas definições são substituídas por armazenamento específico e coeficientes de armazenamento. Os aquíferos confinados mantem-se saturados. No entanto, a expulsão das águas ocorre pela diminuição da pressão produzida pela bomba e não pela drenagem dos vazios como nos aquíferos não confinados.

Define-se o armazenamento específico,  $S_s$ , como sendo o quociente entre o coeficiente de armazenamento e a espessura:

$$S_s = \frac{S}{b}, \quad (2.4)$$

em que:

$S$  é o coeficiente de armazenamento;  
 $b$  é a espessura do aquífero.

O coeficiente de armazenamento é determinado pela equação proposta por Jacob (1940):

$$S = \rho g b (\alpha + \eta \beta), \quad (2.5)$$

em que:

$g$  é a aceleração da gravidade;  
 $\rho$  é a massa volúmica da água;  
 $\alpha$  é a compressibilidade da matriz sólida;  
 $\beta$  é a compressibilidade da água;  
 $\eta$  é a porosidade;  
 $b$  é a espessura do aquífero.

Além da capacidade de armazenamento, os aquíferos permitem também conduzir e transmitir água dos níveis piezométricos mais elevados para os níveis piezométricos mais baixo. Assim, enquadram-se os conceitos de transmissividade e condutividade.

A condutividade hidráulica,  $K$ , combina as propriedades do fluido com as propriedades do meio poroso:

$$K = k_i \frac{\gamma}{\mu} \quad (2.6)$$

em que:

$k_i$  é a permeabilidade intrínseca (relaciona as características do meio poroso, como porosidade, tamanho, espaçamento e forma do grão);

$\gamma$  é o peso volúmico da água;

$\mu$  é a viscosidade dinâmica.

A condutividade varia de temperatura para temperatura, de ponto para ponto, de direcção para direcção, de fluido para fluido e de aquífero para aquífero.

De seguida apresenta-se a transmissividade,  $T$ , que é definida como a capacidade de um aquífero transmitir água lateralmente através de toda a sua espessura saturada, sendo dada pelo produto da condutividade pela espessura do aquífero:

$$T = Kb, \quad (2.7)$$

em que:

$k$  é a condutividade hidráulica;

$b$  é a espessura do aquífero.

O escoamento da água nos sistemas aquíferos é dependente das características físicas do aquífero bem como da variabilidade destas ao longo do espaço e tempo (Fragoso, 2002a).

É necessário ter em conta a componente de armazenamento dos aquíferos e a lei da continuidade ou conservação da massa para obter as equações escoamento subterrâneo.

Assim, as equações gerais do escoamento subterrâneo serão alcançadas fazendo a análise de um elemento, contabilizando a massa de fluido de entrada, saída e armazenada considerando a equação da continuidade e as características de armazenamento e tendo em conta a lei de Darcy generalizada.



A forma das equações resultante depende do facto de o aquífero ser confinado, freático ou semiconfinado e ainda se é homogéneo (a condutividade hidráulica do aquífero não varia do ponto para ponto), heterogéneo (a condutividade varia de ponto para ponto), isotrópico (a condutividade hidráulica não varia com a direcção) ou anisotrópico (a condutividade hidráulica varia com a direcção).

Como esquematizada nas figuras 2.8 e 2.9 a espessura saturada ( $h$ ), representa a principal diferença entre os aquíferos confinados e freáticos na obtenção das equações.

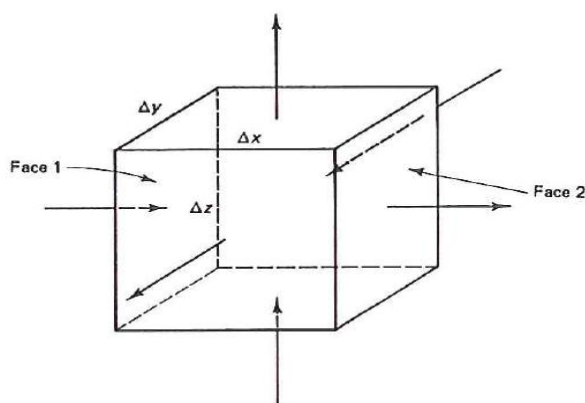


Figura 2.8- Elemento de volume de um aquífero confinado (adaptado de Cunha, 1997).

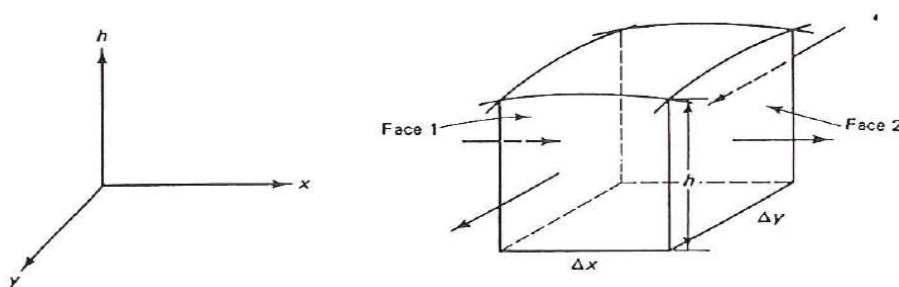


Figura 2.9- Elemento de volume de um aquífero freático (a adaptado de Cunha, 1997).

Nos aquíferos confinados a espessura saturada é constante, enquanto nos aquíferos freáticos depende do nível piezométrico. Neste contexto, como a espessura na maior parte dos aquíferos é muito pequena comparada com a sua extensão, a hipótese simplificativa de que o escoamento é essencialmente horizontal poderá ser admitida. Entretanto, esta hipótese apenas é estritamente correta para o aquífero confinado, homogéneo e isotrópico com as captações

totalmente penetrantes. Para os aquíferos freáticos, a análise do escoamento foi considerado que a inclinação da superfície piezométrica é muito pequena segundo a hipótese de Dupuit, (1863), o que é equivalente dizer que o escoamento é essencialmente horizontal.

Considerando todos os aspectos anteriormente referidos, chega-se às seguintes equações gerais do escoamento subterrâneo:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (2.8)$$

para o escoamento não permanente num aquífero confinado heterogéneo e anisotrópico;

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \text{ (equação de Laplace),} \quad (2.9)$$

para o caso de um aquífero confinado homogéneo, isotrópico em regime permanente;

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z h \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_y \frac{\partial h}{\partial t} \text{ (equação de Boussinesq),} \quad (2.10)$$

para aquíferos freáticos, heterogéneos e anisotrópicos;

sendo:

$K_x$ ,  $K_y$ ,  $K_z$  são as condutividades hidráulicas segundo as três direcções do escoamento;

$h$  é o nível freático para aquíferos não confinados ou nível piezométrico para aquíferos confinados;

$\frac{\partial h}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial h}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial h}{\partial z}$  correspondem a variação do nível freático para aquíferos não confinados ou do nível piezométrico para aquíferos confinados segundo as três componentes do escoamento  $x$ ,  $y$  e  $z$ ;

$S_y$  é a cedência específica;

$\frac{\partial h}{\partial t}$  é a variação do nível freático em ordem ao tempo para aquíferos não confinados ou do nível piezométrico para aquíferos confinados.

É possível analiticamente, resolver estas equações nalguns casos particulares, sendo possível obter a soluções para alguns casos simples, nomeadamente em determinadas situações em que o regime do escoamento é permanente.

Na resolução dessas equações, existem métodos numéricos nomeadamente quando se estão a considerar condições de heterogeneidade e anisotropia. Estes métodos tentam arranjar aproximações numéricas discretizando as equações, sendo quanto mais “fina” for melhor será a aproximação. Segundo Cunha (1997b) destacam-se neste grupo de métodos utilizados nos sistemas aquíferos os elementos finitos, as diferenças finitas, onde se incluem o método explícito, implícito (Bear,1979 e Gupta,1989).

## 3 PLANEAMENTO E GESTÃO DE SISTEMAS AQUÍFEROS

### 3.1 Considerações gerais

O crescimento populacional e o crescente desenvolvimento industrial têm gerado grande procura e pressão sobre os recursos hídricos. Os factores referidos têm provocado um aumento do consumo e consequente escassez das águas. As águas superficiais são as mais afectadas, entretanto, as águas subterrâneas também são afectadas a nível da sua quantidade e/ou qualidade.

Vários problemas podem afectar as águas subterrâneas como alteração do gradiente hidráulico, contaminação por lixiviação de aterros sanitários, intrusão salina, pesticidas ou herbicidas utilizadas na agricultura, metais pesados, etc. (Cunha, 2003b).

Para remediação desses problemas a médio e longo prazo torna-se o tratamento dessas questões de forma fundamentada, porque as intervenções envolvem grandes investimentos públicos. Neste contexto, a resolução de tais problemas são feitas com auxílio dos modelos decisionais bem como as técnicas de optimização.

O problema naqueles modelos é traduzido formalmente pela função objectivo e pelas restrições.

O modelo decisional pode ser escrito na seguinte forma:

$$\text{Min ou Max } Z(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Sujeito às restrições:

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_1$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_2$$

.

.

.

$$g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_m$$

em que:

$Z(x_1, x_2, \dots, x_n)$  é a função objectivo;

$x_1, x_2, \dots, x_n$  são as variáveis de decisão;

$g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_m$  são as restrições;

$n$ : números de variáveis de decisão;

$m$ : número de restrições.

A função objectivo indica o objectivo ou os objectivos do problema como por exemplo: minimizar o número de poços a abrir para satisfazer um dado caudal, minimizar os rebaixamentos para bombagem de um dado caudal, maximizar o caudal a bombear, minimizar os custos de bombagem para satisfazer um dado caudal, minimizar o número (ou o custo de bombagens/injecções a afectar para impedir e/ou resolver situação de contaminação, etc.

As restrições reproduzam as limitações de ordem física (meio com que se está a trabalhar), tecnológica (tipo de equipamentos a instalar, gamas existentes no mercado, etc.), económica (meios financeiros disponíveis), jurídica (legislação em vigor), política, etc.

É importante ainda referir que o modelo decisional para além das variáveis de decisão, que são aqueles cujo valor é determinado pela resolução do próprio modelo de decisão e por isso controláveis pelos decisores, existem ainda as variáveis exógenas que dizem respeito aos dados e parâmetros do problema e por isso ditadas pelo exterior e as variáveis endógenas ou de estado cujo valor é determinado a partir dos valores tomados pelas variáveis de decisão e variáveis exógenas.

No âmbito dos sistemas aquíferos, torna-se relevante fazer uma abordagem acerca da evolução dos modelos decisionais construídos para resolução de problemas referentes aos mesmos.

Inicialmente os meios matemáticos e computacionais não eram ainda satisfatórios para resolver estes problemas com toda a globalidade. Assim, seriam necessárias algumas simplificações para contornar estas e outras complicações.

Uma simplificação adoptada foi a construção do modelo decisional sem inclusão das equações descritivas dos sistemas aquíferos.

Como exemplo, considera-se a equação do escoamento subterrâneo traduzido por equações diferenciais às derivadas parciais, agora linearizada e considerando para um aquífero freático, anisotrópico e heterogéneo, tem-se (Cunha, 2006a):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( T_x \frac{\partial R}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T_y \frac{\partial R}{\partial y} \right) = S_{x,y} \frac{\partial R}{\partial t} - \sum_{j=1}^M q_{x_j, y_j, t} \delta(x - x_j) \delta(y - y_j) \quad (3.1)$$

em que:

$R_{x,y,t}$  : rebaixamento na captação de coordenadas  $x, y$  no tempo  $t$ ;

$q_{x_j, y_j, t}$  : caudal instantâneo bombado na captação de coordenadas  $x_j, y_j$ ;

$T_x, T_y$  : transmissividade;

$\delta(x - x_j) \delta(y - y_j)$ : função de Dirac;

$M$ : número de captações;

As equações descritas anteriormente para os sistemas aquíferos são de difícil resolução, pelo que apenas possuem solução analítica num número restrito de casos. Por este facto, na maioria dos casos reais torna-se imprescindível a utilização de métodos numéricos.

Por isso, a introdução do comportamento físico dos sistemas aquíferos nos primeiros modelos decisionais não se conseguiu directamente, sofrendo assim uma evolução desde a década de 60 até aos dias de hoje.

De acordo com Fragoso (2002b) numa primeira fase os aquíferos são compreendidos como grandes reservatórios de água cujo nível varia de igual forma em todo aquífero, ou seja não existe o cuidado de considerar a variabilidade espacial das características hidrogeológicas. Nesta fase há uma simplificação da realidade, daí a sua classificação de modelos simplificados.

Na segunda fase, denominada de etapa de transição os aquíferos são abordados ainda exteriormente ao modelo decisional, mas de forma mais detalhada, servindo apenas para auxiliar valores de inicialização de certas variáveis de modelo de optimização.

No início da década de 70 e com o desenvolvimento dos meios computacionais, apareceram os modelos realistas, existindo assim a preocupação de incorporar o comportamento físico dos sistemas aquíferos nos modelos de decisão, quer na função objectivo quer nas restrições.

Segundo Cunha (2006b) o primeiro método utilizado foi o Método de Incorporação no qual as equações representativas do comportamento dos aquíferos são reescritas em termos de diferenças finitas ou elementos finitos. Este método incorpora as equações reescritas directamente no modelo de optimização (ex: Aguado et al,1974a; Aguado et al,1974b; Alley et al, 1976).

Certifica-se que as discretizações em regime variável (não permanente), dão, na maior parte, origem a modelos muito pesados e levam a que estes contenham partes que não se conseguem tomar decisões.

Assim, por causa das matrizes de resolução deste método serem em banda provocam problemas de instabilidades numéricas (Gorelick,1983). No entanto, devido a evolução do algoritmo de optimização, estes problemas podem ser superados, com destaque para o MINOS (Murtagh e Saunders,1985b).

Devido a dificuldades de aplicação do Método de incorporação, surge o Método dos Coeficientes de Influência que se baseia no princípio da sobreposição dos efeitos (Maddock III,1972, 1974; Haines,1973; Morel-seytoux et al, 1975; Hubert et al, 1977; Heidari, 1982; Illangasekare et al, 1986; Morel-seytoux,1988).

No Método dos Coeficientes de Influência, a equação do escoamento subterrâneo descrita anteriormente (equação 3.1) pode ser resolvida para o valor unitário de caudal, de bombagem ou recarga, na captação de coordenadas  $(x_j, y_j)$ , no tempo  $t$  sendo nulos os estímulos nas restantes captações, obtendo assim a função de Green,  $G_{x,x_j;y,y_j}$  que representa o rebaixamento na captação de coordenadas  $(x, y)$  no tempo  $t$ , sendo nulos os estímulos em todas outras captações. Poderá do mesmo modo, obter-se a função de Green para qualquer uma das outras captações (Cunha, 2006c).

O princípio da sobreposição dos efeitos permite a determinação de uma expressão geral para o cálculo do rebaixamento  $R_{x,y,t}$  no tempo  $t$ , na captação de coordenadas  $(x, y)$  devido às bombagens ou recargas efectuadas em  $M$  captações até ao tempo  $t$  (Cunha,1997c).

O princípio de sobreposição dos efeitos permite estabelecer a seguinte equação:

$$R_{x,y,t} = \sum_{j=1}^M \int_0^t G_{x,x_j;y,y_j;t-\sigma} q_{x_j,y_j,\sigma} d\sigma \quad (3.2)$$

Atendendo uma discretização temporal em períodos de duração idêntica e definindo o seguinte (figura 3.1):

$$a) \quad \alpha_{k,j,i} = \int_0^{t_i} G_{x,x_j;y,y_j;t-\sigma} d\sigma$$

em que:

$k$ : captação de coordenadas  $x$  e  $y$ ;

$j$ : captação de coordenadas  $x_j$ ,  $y_j$

$$b) \quad \begin{aligned} \beta_{k,j,i} &= \alpha_{k,j,i} & i &= 1 \\ \beta_{k,j,i} &= \alpha_{k,j,i} - \alpha_{k,j,i-1} & i &> 1 \end{aligned}$$

$$c) \quad Q_{j,i} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} q_{j,\sigma} d\sigma$$

$Q_{j,i}$  representa o caudal bombado ou recarregado na captação  $j$ , no período  $i$ ,

O princípio de sobreposição de efeitos permite estabelecer a seguinte equação:

$$R_{k,n} = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^n \beta_{k,j,n-i+1} Q_{j,i}, \quad (3.3)$$

em que:

$R_{k,n}$ : rebaixamento na captação  $k$  no período  $n$  devido às bombagens ou recargas efectuadas nas  $M$  captações até esse período;  $\beta_{k,j,n-i+1}$ : coeficiente de influência, representa a função de resposta a impulso, ou seja o rebaixamento na captação  $k$  em consequência de uma bombagem unitária na captação  $j$  no período  $i$  (figura 3.1);  $Q_{j,i}$ : caudal bombado na captação  $j$  no período  $i$ .



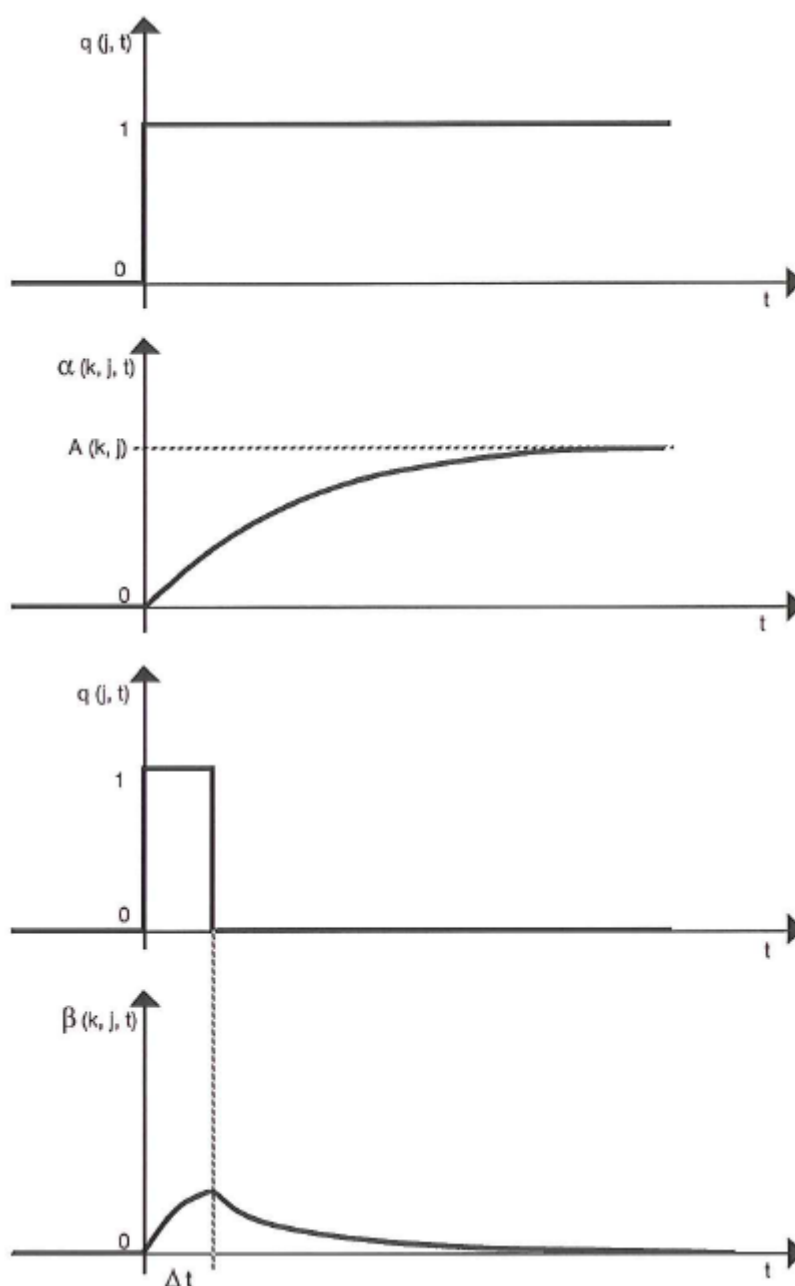


Figura 3.1- Coeficientes de influência (adaptado de Cunha, 1997).

Conhecido os coeficientes de influência, a equação dos rebaixamentos para os nós desejados e no horizonte temporal adequado pode ser escrita.

No entanto, é necessário a montante do modelo decisional, de um modelo de simulação para obtenção da matriz dos coeficientes de influência que armazena os coeficientes de influência,

obtidos pela resolução sucessiva das equações do aquífero para bombagens unitárias em cada uma das localizações possíveis de captações.

Por este facto, o comportamento físico do aquífero passa a ser representado por uma relação causa/efeito porque toda a informação contida nos parâmetros físicos característicos dos aquíferos são sintetizados pelos coeficientes de influência.

Para este método é válida a hipótese de linearidade do comportamento físico, por isso apenas é estritamente correcto para a representação de aquíferos confinados.

Torna importante referir que, relativamente os problemas de planeamento e gestão dos sistemas aquíferos envolvem duas componentes importantes, a concepção e a exploração.

A componente de concepção pode envolver, variáveis do tipo binário como por exemplo a localização de captações, bem como variáveis do tipo inteiro (variáveis que tomam valores inteiros dentro de um dado conjunto) por exemplo bombas a escolher na gama comercial disponível.

Relativamente a componente de exploração, o problema poderá ter características de linearidade ou não linearidade, quer ao nível da função objectivo ou ao nível das restrições.

Estes componentes quando utilizados em simultâneo no modelo decisional, o problema a resolver passa a ter característica linear inteira mista ou não linear inteira mista, pelo que torna muito complexo e de difícil resolução do modelo de decisão.

Como forma de simplificação, alguns autores não consideravam a componente de concepção integrada no modelo de optimização. Ou partiam que se conhecia tais decisões (ex: localização das captações, tipos de bombas), analisando o efeito sobre a exploração (Gupta et al, 1996; Theodossiou, 2004b)

Por outro lado, quando se considera a componente de concepção integrada nos modelos decisionais, novo grupo de modelos aparece e pode ser designada de modelos de concepção e exploração. Como já se foi dito, com a introdução de variáveis binárias e discretas aumenta a complexidade do problema, tornando assim, necessário a utilização de métodos mais modernos e eficazes (Gad et al, 2011b; Gaur et al, 2011a; Moharram et al, 2012a).

### **3.2 Aplicações de modelos de gestão**

A preocupação com a gestão adequada das águas subterrâneas vem crescendo nos últimos anos, principalmente pelo rápido aumento da procura de água. Os modelos de gestão são cada vez mais aperfeiçoados e utilizados nas diversas situações de interesse. A combinação de modelos de simulação explícita com modelo optimização e a utilização implícita de modelo

de simulação no modelo de optimização estão a ser aplicados em vários problemas e cenários de extracção de águas subterrâneas.

A consideração do custo e fixo e da taxa de bombagem variável no tempo é um grande desafio de Hsiao e Chang (2002b), que utilizaram um modelo de simulação e optimização (S/O) para gestão óptima das águas subterrâneas. O modelo de simulação numérica ISOQUAD foi empregado e a solução numérica da equação bidimensional do fluxo das águas subterrâneas foi obtida a partir do método dos elementos finitos e método das diferenças finitas cujos resultados foram incorporados no modelo de optimização.

Neste estudo considera-se custo fixo na função objectivo e taxas de bombagem variável, pelo que aplicação de modelo de optimização convencional não é conveniente para a resolução deste problema. Assim, os modelos de optimização modernos mais eficazes como o algoritmo genético (GA) e programação diferencial dinâmica restrita (CDDP) são empregues. O estudo foi aplicado a um problema hipotético considerando um aquífero confinado homogéneo e isotrópico sendo as variáveis de decisão o número e localizações de captações (custo de instalações de captações) determinadas por GA e taxa de bombagem (custo de operação) determinada por CDDP. Neste estudo, as taxas bombagens foram consideradas variáveis no tempo, porque a extracção de águas subterrâneas varia ao longo do tempo principalmente se for operado em conjunto com as águas superficiais devido a variação da procura. E também foi considerado custo fixo porque possibilita a diminuição a instalação de captações ao contrário da omissão desse custo que permite instalações de mais captações para pequenas taxas de bombagem. Baseado nos critérios de fornecimento de águas o modelo identificou a melhor alternativa (menor custo) que satisfaz as restrições impostas.

Cunha (2003c) utilizou e comparou quatro abordagens de optimização de um problema hipotético aplicado ao aquífero de Palmela situado em Setúbal (Portugal), com objectivos de determinar o número, localização de captações e taxas de bombagem para satisfazer uma determinada procura.

O modelo a resolver considera a função objectivo que inclui o custo de localização, construção e operação de novas captações, ou seja, trata-se de um problema de Programação Não Linear Inteira e Mista (Mixed Integer Nonlinear Programming -MINLP).

O comportamento do aquífero é incorporado no modelo de optimização através do método de matriz de resposta. Este método determina os coeficientes de influências que representam a função de impulso, ou seja o rebaixamento numa captação em consequência de uma bombagem unitária.

As abordagens de optimização utilizadas foram: método de programação não-linear com coeficiente de penalidade polinomial, método de programação não-linear com coeficiente de penalidade exponencial, programação não-linear inteira mista e o algoritmo recozimento simulado (Simulating annealing- SA).

O método de programação não-linear com coeficiente de penalidade polinomial e método de programação não-linear com coeficiente de penalidade exponencial não consideram o custo fixo, ou seja o termo de custo fixo é transformado em funções contínuas. No entanto, atingiram piores soluções.

Segundo Rao et al (2003b), durante a estação de monção na Índia, as águas superficiais encontram-se em quantidades suficientes que permitem a satisfação da procura, mas o mesmo cenário não acontece em estação oposta. Deste facto, surgiu a necessidade da exploração das águas subterrâneas. Neste contexto, torna-se essencial a aplicação de modelos de gestão por forma a permitir uma exploração óptima das águas subterrâneas e evitar de um certo modo a sobreexploração desse recurso. Estes autores utilizaram a combinação do modelo simulação e optimização (S/O) para determinar a bombagem máxima de águas subterrâneas de modo a evitar a intrusão de águas salgadas, considerando um sistema de aquífero hipotético.

Neste estudo, pretende-se atingir dois objectivos: O primeiro consiste em determinar a máxima quantidade de águas subterrâneas que pode ser extraída na região de interesse. O segundo objectivo abrange a determinação da localização de captações e taxas de bombagem para satisfazer a procura enquanto minimiza a intrusão de águas salgadas. O modelo S/O é resolvido utilizando o interface SHARP e algoritmo Recozimento Simulado (SA).

No modelo de gestão o simulador Sharp analisa várias vezes as restrições resultando numa elevada carga computacional, que entretanto deve ser reduzida. A sua redução é feita recorrendo ao modelo matemático Rede Neural Artificial (Artificial Neural Network -ANN). O estudo analisa dois casos, sendo o primeiro sobre o sistema aquífero simétrico não confinado, homogéneo e isotrópico onde o interface Sharp analisa as restrições sem causar a elevada carga computacional. O segundo caso, o sistema aquífero simétrico é transformado em sistema aquífero quase real ou seja aquífero não confinado, heterogéneo e isotrópico onde o interface Sharp é substituído por ANN para diminuir a carga computacional.

A maximização da taxa de bombagem de águas subterrâneas e ao mesmo tempo evitar a entrada de águas do mar num aquífero costeiro não confinado e heterogéneo na ilha grega Kalymnos são os objectivos de Montaglou et al (2004), que aplicaram a combinação do modelo de simulação e optimização (S/O) para esse efeito. O modelo de simulação o interface SHARP e relação Ghyben–Herzberg foram empregues para simular a intrusão de águas salgadas, enquanto a equação que governa o fluxo das águas subterrâneas foi resolvida numericamente pelo método das diferenças finitas.

Os resultados obtidos foram incorporados no modelo de optimização que aplica o algoritmo evolutivo (Evolutionary Algorithm- EA) e programação quadrática sequencial (Sequential Quadratic Programming- SQP) para determinar a variável de decisão (taxas de bombagem). O método SQP resolve o problema de optimização com restrições enquanto o EA resolve o

mesmo problema mas sem restrição, ou seja as restrições são incorporadas na função objectivo com coeficientes de penalidade. Pela aplicação desses métodos de optimização a solução óptima atingida por EA foi superior a SQP mas com maior tempo de execução. No entanto o resultado atingido pela utilização híbrida de EA e SQP foi semelhante ao atingido apenas por EA.

Chang et al (2007), aplicaram um modelo de gestão estocástica, relativo a um problema hipotético de gestão das águas subterrâneas, cujo objectivo é determinar a bombagem máxima de águas subterrâneas para satisfazer as procuras exigidas, considerando a incerteza dos parâmetros do aquífero como transmissividade e armazenamento. Neste problema uma restrição muito importante é a consideração explícita da restrição de deslizamento de terras. Esta restrição permite evitar a poluição das águas subterrâneas e a diminuição do nível das águas subterrâneas.

Neste estudo, as informações da equação que governa o fluxo das águas subterrâneas são incorporadas no modelo de optimização através do método da matriz de resposta (método do coeficiente de influência), onde o método branch-and-bound (B&B) é utilizado para atingir o resultado do problema.

O modelo proposto poderia ser útil para gestão óptima das águas subterrâneas de tal modo que a descida de terra pode ser controlada para alcançar os objectivos de gestão desejado.

Ayvaz e Karahan (2008b) utilizaram a combinação dum modelo simulação e optimização (S/O) para identificação de taxas de bombagem considerando locais para realização de captação desconhecido, de um sistema de aquífero confinado isotrópico nas condições de fluxo estacionário (aquífero homogéneo) e transiente (aquífero heterogéneo, ou seja condições reais). A equação de fluxo das águas subterrâneas é resolvida utilizando o método das diferenças finitas, onde o resultado é incorporado no modelo de optimização. Os autores aplicaram ambos a abordagem de subdomínio iterativo e algoritmo genético (Genetic Algorithm- GA) para resolução do problema. A abordagem do subdomínio é proposto para determinar locais desconhecido para realização de captação, onde cada captação é representada dentro de um subdomínio. Cada subdomínio escolhe entre vários locais de captação possível a localização de captações iniciais e iterativamente procura a melhor solução de localização de captação. O desempenho da escolha dos locais de captação é analisado utilizando o erro residual (Residual Error- RE).

Conhecida a localização de captação o algoritmo genético (GA) é aplicado para determinar a taxa de bombagem em cada local de captação seleccionada pela abordagem de subdomínio. A grande vantagem da utilização da abordagem do subdomínio e GA é que o modelo de optimização apenas utiliza taxa de bombagem como variável de decisão. Analisando a aplicação destes métodos concluiu-se que os resultados atingidos demonstraram superioridade relativo a utilização individual de GA.

A congregação de algoritmo Recozimento Simulado (SA) e a equação tridimensional de fluxo das águas subterrâneas, MODFLOW-2000, foi aplicado por Lin e Yeh (2008) para determinar a melhor estratégia de bombagem de águas subterrâneas de um problema hipotético considerando um sistema de aquífero homogéneo e heterogéneo. O modelo de simulação MODFLOW é empregado para simular as cargas hidráulicas em captações de observação e a heurística moderna o algoritmo Recozimento Simulado utiliza os resultados da simulação para determinar a melhor localização de fontes de bombagem, taxas de bombagem e períodos de bombagem.

Historicamente, o problema de gestão dos recursos hídricos têm sido resolvido apenas para componentes individuais duma bacia hidrográfica. Neste estudo, Zoltay et al (2010) desenvolveram um modelo de gestão integrado da bacia hidrográfica que engloba todos os seus componentes em upper Ipswich River Basin em Massachusetts onde considera um modelo de simulação implícita num modelo de optimização. Os componentes considerados foram: instalação de armazenamento e recarga do aquífero, gestão do solo, fontes das águas superficiais, sistemas de tratamento e distribuição de águas, sistema de recolha e tratamento de águas residuais, procura de água pelas populações, instalação de reutilização das águas, infra-estrutura de distribuição de água não potável, uso do solo e águas pluviais. O problema foi resolvido com recurso a programação linear, sendo o objectivo correspondente a maximização do benefício líquido da gestão da bacia hidrográfica respeitando algumas restrições como a satisfação da procura de água pelas populações, o volume de água a extrair do aquífero, uso do solo, etc.

De acordo com Moharram et al (2012b) as águas subterrâneas são a única fonte de água doce em El-farafra Oasis Oeste do deserto Egipto. Com o aumento da procura de água causaram exploração inadequada, diminuição de nível de água nos aquíferos. Com isso, surge então a necessidade de uma intervenção estratégica para garantir a procura e sustentabilidade dessas águas. Os autores empregaram a combinação do modelo simulação e optimização (S/O) para determinar a taxa máxima de bombagem das águas subterrâneas sujeitas a algumas restrições e em condições de fluxo estacionário. O MODFLOW é estabelecido como modelo de simulação das águas subterrâneas num aquífero não confinado, heterogéneo e isotrópico onde, a equação tridimensional das águas subterrâneas é resolvido aplicando o método das diferenças finitas. Os resultados são incorporados no modelo de optimização que utiliza Algoritmo Genético (GA) para determinar a variável de decisão (taxa de bombagem). O estudo foi aplicado a três cenários e o método de cálculo utilizado atingiu a solução óptima.

Uma metodologia baseado no modelo S/O é desenvolvida para a cidade de Thiers em França (Dore River Basin) por Gaur et al. (2011b), com objectivo de resolver um problema real de gestão das águas subterrâneas. O método do elemento analítico (Analytical Element Method-AEM) é utilizado como um modelo de simulação, onde simula o fluxo das águas subterrâneas e analisa as restrições baseado nas variáveis de estado. Este modelo é usado para satisfazer a restrição do modelo de optimização que resolve a função objectivo do problema empregando um modelo de optimização, Particle Swarm Optimization (PSO). Os resultados do modelo AEM são incorporados no modelo de optimização para determinar a solução óptima do problema. Neste estudo foram escritas duas funções objectivo: a maximização da extracção de águas subterrâneas e a minimização do custo de total de extracção (custo de instalação de captações, custo de condutas e custo da bomba). Ambas as funções objectivo foram sujeitas a várias restrições como restrições físicas, económicas, tecnológicas e ambientais. A combinação dos modelos AEM-PSO mostrou capaz de resolver o problema, mas com algumas limitações.

Um outro aspecto que também preocupa cada vez mais os decisores é a questão da qualidade dos sistemas aquíferos e a sua preservação. Apesar das águas subterrâneas se encontrarem melhor protegidas contra a contaminação que as águas superficiais, não se encontrem imunes á poluição. De facto, existem diversas fontes que podem provocar a poluição dessas águas como actividade agrícola (adubos e pesticidas), construção incorrectas de fossas sépticas, resíduos industriais sólidos e líquidos, deposição de lixos urbanos em aterros, etc. (APRH). A poluição das águas subterrâneas são difíceis de detectar, tratar e monitorizar, sendo um problema generalizado que necessita de grandes investimentos no processo de descontaminação, pois envolvem processos naturais muito lentos.

Relativamente a esta temática, vários modelos de simulação e optimização (S/O) foram aplicados para atingir a melhor política de descontaminação dos aquíferos. Esses modelos basiam-se na tecnologia ou método de bombagem e tratamento (pump-and-treat) ou bombagem, tratamento e injeção (pump-treat-inject) com o objectivo de minimizar o custo e reduzir o tempo no processo de descontaminação (Maskey et al, 2002; Spiliotopoulos et al, 2004; Hilton e Culver, 2005; Dhar e Datta, 2007; Kalwij e Peralta, 2008; Singh e Chakrabarty, 2010; Park et al, 2011).

## 4 SOFTWARE GAMS/MINOS

### 4.1 Introdução

De acordo com McCarl et al (2012) desde os anos 50, tem-se desenvolvido algoritmos e códigos computacionais para resolver problemas de programação matemática. Uma parte importante deste avanço, surgiu nos anos 80 com o desenvolvimento do GAMS (Sistema Geral de Modelagem Algébrica).

O GAMS é um sistema de modelagem de alto nível utilizado em problemas de programação matemática, onde processos reais são escritas em termos de modelos matemáticos, (Mckinney e Savtsky, 2003).

O programa GAMS é constituído por diversos solvers para a resolução dos problemas. Como é sabido, os problemas matemáticos apresentam naturezas variadas em que podem ser lineares, não-lineares, etc. Assim, torna-se necessário a utilização do solver adequado ao tipo de problema em causa.

Nesta dissertação pretende-se resolver dois tipos de problema, uma de natureza linear e outra de natureza não linear. No entanto, foi utilizado o solver GAMS/MINOS (Murtagh e Saunders, 1985b). O solver GAMS/MINOS é usado para resolver problemas lineares e não lineares. Os problemas de características lineares atingem facilmente a solução óptima global. No entanto, para um problema de características não lineares, o óptimo global não é atingido com relativa facilidade, o que torna necessário a atribuição de uma solução inicial ao modelo por forma a encontrar uma melhor solução.



## 4.2 Estrutura do modelo GAMS

Cada modelo em linguagem GAMS pode ter a sua própria distinção. Esse modelo, pode ser abrangido de grupos de modelos alternativos, que apenas são ligados através de um pequeno número de variáveis comuns e parâmetros. Os componentes básicos de um modelo GAMS são:

- Sets – corresponde o índice em representação algébrica do modelo, ou seja permite a declaração e atribuição dos membros.
- Data – representa a forma como os dados podem ser inseridos no programa, isto é, permite a declaração e atribuição de valores. Os dados são introduzidos no GAMS principalmente de três formas ou formatos:
  - Parameters – dados de entrada através de listagem.

O parameters é utilizado para atribuir valores aos itens definidos tendo em consideração ao set definido. Este formato é comumente usado para itens que são dependentes apenas de um único set.

- Tables – os dados são inseridos em formato de tabela ou matriz.

O formato tabela é usado para dar entrada aos valores dos itens que são dependentes de dois ou mais sets.

- Scalars – os dados são introduzidos por uma atribuição directa. Ou seja, a declaração scalar é utilizado para inserir itens que não são definidos nas declarações sets.
- Variáveis – identifica a quantidade que pode ser manipulado na solução de um modelo de optimização ou de um sistema de equações simultâneas.

As variáveis são os principais objectos no funcionamento GAMS, onde é preciso a sua declaração e atribuição do tipo. Assim, consoante os valores que as variáveis podem tomar, elas classificam-se como: variáveis livres ( $-\infty$  a  $+\infty$ ), variáveis positivas ( $0$  a  $+\infty$ ), variáveis negativas ( $-\infty$  a  $0$ ), variáveis binárias ( $0$  e  $1$ ) e variáveis inteiras ( $0, 1, \dots, 1000$ ).

- Equações – representam a relação de um modelo a ser optimizado ou resolvido, que é uma das restrições que tem de ser satisfeita seleccionando os níveis de soluções para as variáveis, isto é as equações são as expressões utilizadas pelo GAMS para determinar as variáveis de decisão do problema.
- Model – são os objectos (equações) que o GAMS resolve.
- Solve – corresponde a selecção do método ou solver para resolver o modelo, em que se especifica a minimização ou maximização da função objectivo.
- Display – permite a exibição dos resultados das variáveis de decisão.
- Output – possibilita a saída de informação por um ficheiro isolado ou particular (TEXT ou CSV). Assim, os resultados podem ser analisados por exemplo num ficheiro Excel.

## 5 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

### 5.1 Os sistemas Aquíferos do município de Palmela

O concelho de Palmela, possui uma área aproximada de 500 km<sup>2</sup>, é um dos municípios localizado em Portugal, concretamente península de Setúbal (figura 5.1).

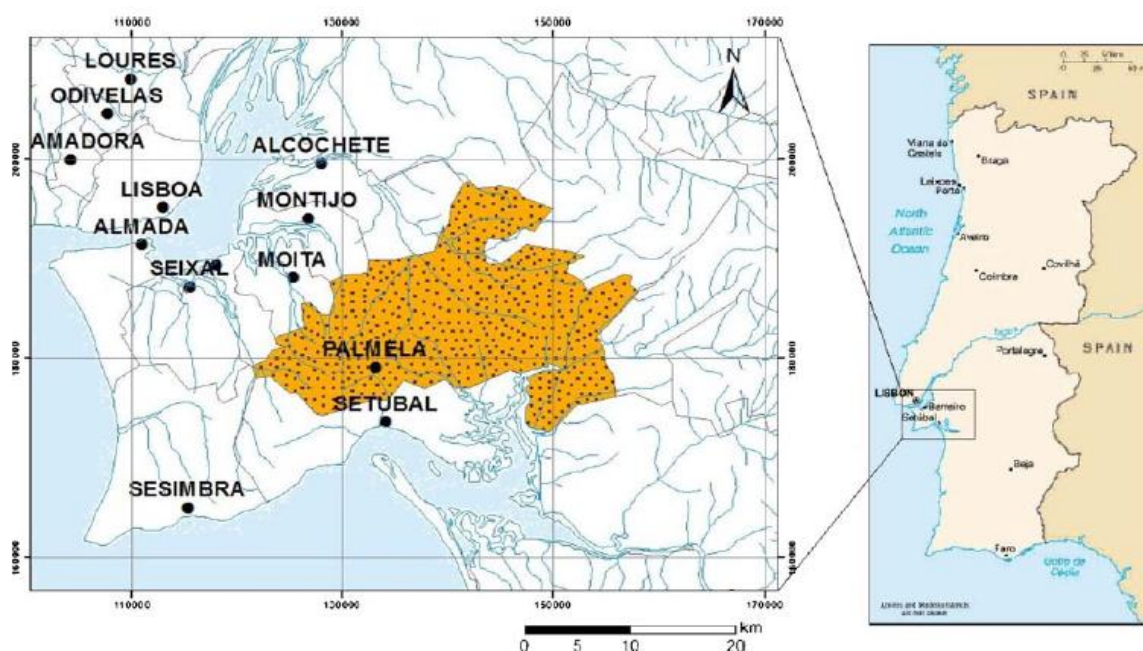


Figura 5.1- Localização de Palmela em Portugal (adaptado de Fragoso et al, 2009)

De acordo com Fragoso (2002d) as águas subterrâneas na península de Setúbal desempenham um papel extraordinário na satisfação das necessidades hídricas tanto ao nível doméstico como ao nível industrial e agrícola, com uma dependência de 99 % dessas águas naquela região. O motivo da crescente procura de água deve-se ao contínuo desenvolvimento urbano e industrial, o que conferiu uma elevada exploração do aquífero.

Segundo Fragoso et al (2009b) o município de Palmela está incluído no maior sistema aquífero em Portugal, bacia do Tejo-Sado/ margem esquerda esquematizada na figura 5.2.

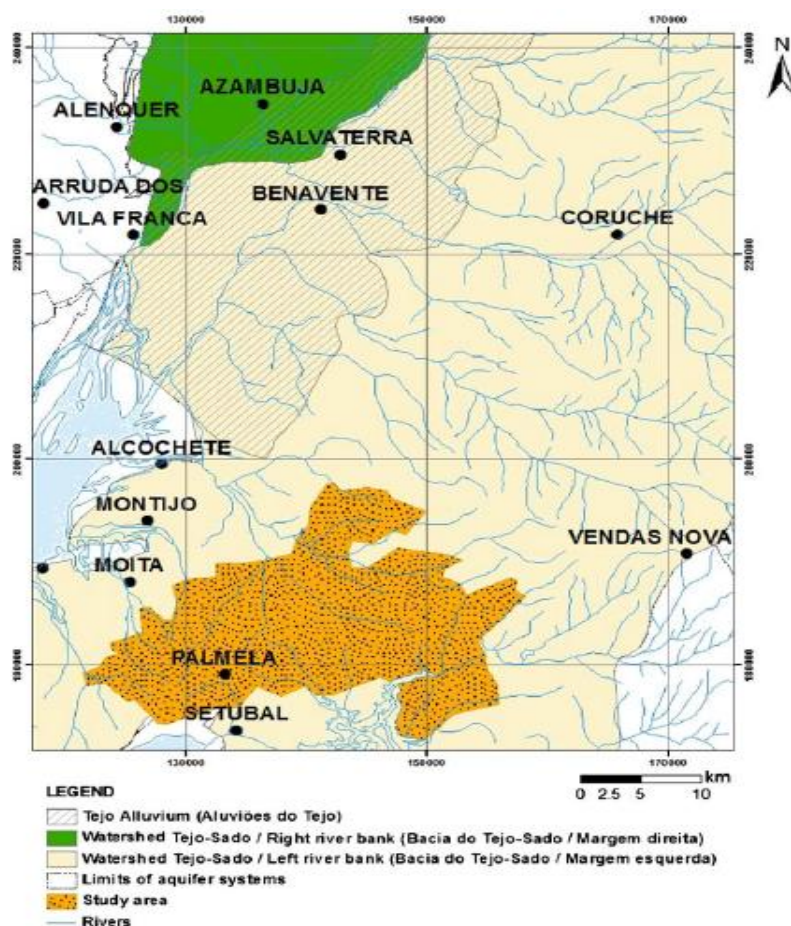


Figura 5.2 – Sistema hidrogeológico (adaptado de Fragoso et al, 2009)

A estrutura geológica do município de Palmela pode ser simplificada num aquífero freático superior, num aquífero de baixa permeabilidade e num aquífero confinado profundo.

De acordo com a figura 5.3 o aquífero freático é constituído principalmente de areias quaternárias e pliocénicas com intercalação de lentes de argila, o aquífero de baixa permeabilidade é formado de camadas espessas de argilas pliocénicas e o aquífero confinado é composto de areias, arenitos e argilas do pliocénico, de arenitos calcários e de margas da idade miocénica (Fragoso et al, 2009c).

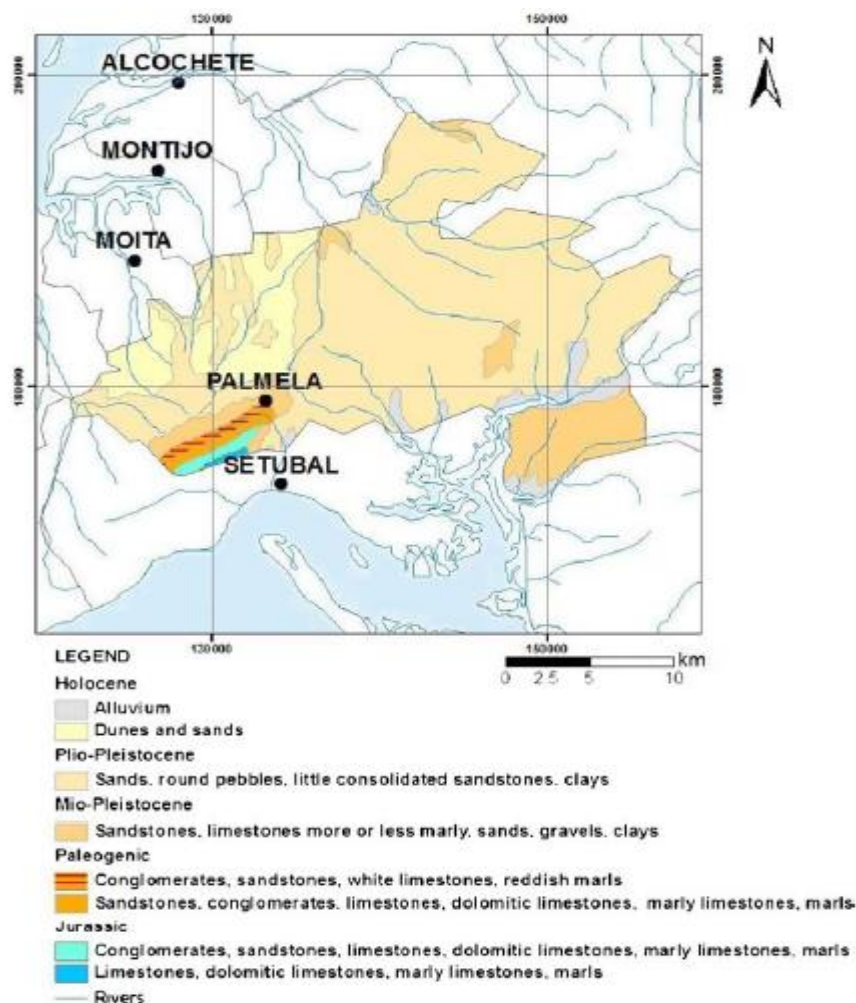


Figura 5.3- Litologia da península de Palmela (adaptado de Fragoso et al, 2009)

## 5.2 Formulação do modelo de Optimização determinístico

Neste estudo construi-se um modelo de gestão, apoiado em técnicas de optimização, que pretende estudar a influência da altura de elevação (rebaixamento + distância do nível superior inicial do aquífero ao nível do solo) e o custo de extracção de um dado caudal na capacidade de resposta do sistema aquífero de Palmela a uma dada procura.

Pretende-se decidir quanto as captações que vão ser utilizadas para extracção de caudal do aquífero descrito anteriormente para satisfazer a procura. De referir, que os custos que foram determinados se referem apenas aos associados à extracção de um dado caudal, não se considera os custos de infra-estrutura.

As funções objectivo dos problemas em causa podem ser descritas pelas expressões seguintes:

$$\text{Min} \sum_{l=1}^N (HS_l + R_l) \quad (5.1)$$

e

$$\text{Min}_{c_e} \times \sum_{l=1}^N (HS_l + R_l) \times Q_l \quad (5.2)$$

Sendo:

$HS_l$  - distância entre o nível superior do aquífero e o nível do solo;

$R_l$  - rebaixamento ocorrido na captação  $l$ ;

$Q_l$  - caudal bombado na captação  $l$ ;

$c_e$  - custo de elevar uma unidade de caudal por unidade de altura;

$N$  - número totais de captações disponíveis para efectuar a bombagem.

Onde o rebaixamento ocorrido na captação  $l$ ,  $R_l$ , é descrito por:

$$R_l = \sum_{i=1}^M A_{l,i} \times Q_i, \quad (5.3)$$

em que:

$A_{l,i}$  é o rebaixamento na captação  $l$ , em regime permanente, em consequência de uma extracção unitária na captação  $i$  (coeficiente de influência).

Relativamente às restrições do problema, elas são iguais para as duas funções objectivo e de ordens físicas:

- Restrição de rebaixamento máximo

$$R_l \leq R_{\max l}, \forall l \quad (5.4)$$

em que:

$R_{\max l}$  é o rebaixamento máximo permitido em cada captação.

Esta restrição garante que o rebaixamento permitido em cada captação não ultrapasse o máximo exigido. O rebaixamento, em cada célula, está restringido a um valor máximo em consequência da espessura do aquífero e também das características do equipamento de bombagem.

- Restrição de caudais máximos de bombagem em cada captação

$$Q_l \leq Q_{\max l}, \forall l, \quad (5.5)$$

em que:

$Q_{\max l}$  é o caudal máximo permitido em cada captação de bombagem.

Esta restrição garante que o caudal a ser bombado seja inferior ou igual ao máximo exigido. O caudal em cada célula está restringido a um valor máximo em consequência das características do equipamento de bombagem.

Para satisfazer a procura considera-se a seguinte restrição:

$$\sum_{l=1}^N Q_l = QT, \quad (5.6)$$

em que:

$QT$  é o caudal total solicitado.

De modo a assegurar a não negatividade dos valores atribuídos ao rebaixamento ocorrido e ao caudal extraído da captação  $l$ , estabelece-se a seguinte restrição:

$$R_l, Q_l \geq 0, \forall l \quad (5.7)$$

em que:

$R_l$  é o rebaixamento ocorrido na captação  $l$ ;

$Q_l$  é o caudal bombado na captação  $l$ .

De uma forma sequencial o modelo de optimização para minimização da soma das alturas de elevação é escrito da seguinte forma:

$$\text{Min} \sum_{l=1}^N (HS_l + R_l)$$

s.a

$$R_l = \sum_{i=1}^M A_{l,i} \times Q_i,$$

$$R_l \leq R_{\max l}, \forall l$$

$$Q_l \leq Q_{\max l}, \forall l,$$

$$\sum_{l=1}^N Q_l = QT,$$

$$R_l, Q_l \geq 0, \forall l$$



Respectivo a minimização do custo de extracção de um caudal o modelo de optimização é expresso de modo sequencial como:

$$\text{Min}_{c_e} \times \sum_{l=1}^N (HS_l + R_l) \times Q_l$$

s.a

$$R_l = \sum_{i=1}^M A_{l,i} \times Q_i,$$

$$R_l \leq R_{\max l}, \forall l$$

$$Q_l \leq Q_{\max l}, \forall l,$$

$$\sum_{l=1}^N Q_l = QT,$$

$$R_l, Q_l \geq 0, \forall l$$

### 5.3 Formulação do modelo de Optimização robusta

No âmbito da exploração dos sistemas aquíferos, podem ocorrer diversas situações de incerteza no futuro como acidentes, falhas técnicas, alteração na procura, etc. A ocorrência dessas incertezas dependem de factores económicos (variação do custo), demográficos (aumento ou diminuição da população e consequente variação na procura), ambientais (desmoronamento de terrenos) e factores tecnológicos (equipamentos). Perante este cenário, torna-se necessário a aplicação do método de optimização baseado na incerteza (optimização robusta) para lidar com a situação.

O método de optimização robusta consiste na atribuição de probabilidades para os cenários futuros baseando no princípio de optimização estocástica (Zeferino et al, 2012).

Segundo Mulvey et al, (1995a) dois conceitos de robustez são analisados para que uma solução óptima possa ser considerada robusta. A robustez da solução refere-se quando a solução é “próximo” do óptimo para qualquer cenário e a robustez do modelo que se refere a viabilidade, ou seja se a solução é “quase” viável para qualquer cenário.

Nesta dissertação, o objectivo do método é encontrar uma melhor solução referente a incerteza na procura de águas. O modelo de optimização é resolvido utilizando o Software GAMS/MINOS (Murtagh e Saunders, 1985c) apresentado no capítulo 4.

Considerando a soma de probabilidade para todos os cenários igual a 1, a nova função objectivo pode ser expressa como:

$$Min \sum_{s=1}^{NC} P_s \times \left[ \begin{aligned} & \left( c_e \times \sum_{l=1}^N (HS_l + R_l) \times Q_l - C_{desej_s} \right)^2 \\ & + C_{pr} \times \sum_{i=1}^N Máx \left\{ 0; \left( R_{i,s} - R_{desej_{i,s}} \right) \right\}^2 \\ & + C_{pc} \times \sum_{i=1}^N Máx \left\{ 0; \left( QT_{desej_s} - \sum_{l=1}^N Q_{l,s} \right) \right\}^2 \end{aligned} \right] \quad 6.1$$

sendo:

$P_s$  - probabilidade dos cenários;

$c_e$  - custo de elevar uma unidade de caudal por unidade de altura;  
 $HS_l$  - distância entre o nível superior do aquífero e o nível do sol;  
 $R_l$  - rebaixamento ocorrido na captação  $l$ ;  
 $Q_l$  - caudal bombado na captação  $l$ ;  
 $Cdesej_s$  - custo desejado para o cenário  $s$ ;  
 $Cpr$  - Coeficiente de penalidade do rebaixamento;  
 $R_{i,s}$  - rebaixamento ocorrido na captação  $i$  para o cenário  $s$ ;  
 $Rdesej_{i,s}$  - rebaixamento desejado na captação  $i$  para o cenário  $s$ ;  
 $Cpc$  - coeficiente de penalidade do caudal;  
 $Q_{l,s}$  - caudal bombado na captação  $l$  para o cenário  $s$ ;  
 $QTdesej_s$  - caudal desejado para o cenário  $s$ ;  
 $NC$  - número de cenários;  
 $N$  - número totais de captações disponíveis para efectuar a bombagem.

Onde o rebaixamento ocorrido na captação  $l$ ,  $R_l$ , é descrito por:

$$R_l = \sum_{i=1}^M A_{l,i} \times Q_i, \quad (6.2)$$

em que:

$A_{l,i}$  é o rebaixamento na captação  $l$ , em regime permanente, em consequência de uma extracção unitária na captação  $i$  (coeficiente de influência).

Referente às restrições do problema, elas de ordem físicas e apresentam-se de seguida:

- Restrição de rebaixamento máximo

$$R_l \leq R_{\max l}, \forall l \quad (6.3)$$

em que:

$R_{\max l}$  é o rebaixamento máximo permitido em cada captação.

Esta restrição garante que o rebaixamento permitido em cada captação não ultrapasse o máximo exigido. O rebaixamento, em cada célula, está restringido a um valor máximo em consequência da espessura do aquífero e também das características do equipamento de bombagem.

- Restrição de caudais máximos de bombagem em cada captação

$$Q_l \leq Q_{\max l}, \forall l, \quad (6.4)$$

em que:

$Q_{\max l}$  é o caudal máximo permitido em cada captação de bombagem.

Esta restrição garante que o caudal a ser bombado seja inferior ou igual ao máximo exigido. O caudal em cada célula está restringido a um valor máximo em consequência das características do equipamento de bombagem.

De modo a assegurar a não negatividade dos valores atribuídos ao rebaixamento ocorrido e ao caudal extraído da captação  $l$ , estabelece-se a seguinte restrição:

$$R_l, Q_l \geq 0, \forall l \quad (6.5)$$

em que:

$R_l$  é o rebaixamento ocorrido na captação  $l$ ;

$Q_l$  é o caudal bombado na captação  $l$ .

O primeiro termo da equação 6.1 representa a soma do desvio quadrático entre o valor da função objectivo (custo da extracção de um caudal) para a solução que será implementada e a

solução de referência para o cenário  $s$ , multiplicado pela probabilidade deste cenário. A introdução deste termo indica que a solução ótima será “solução robusta” (Mulvey et al, 1995b) pelo facto de ser “próximo” do ótimo em cada cenário.

O segundo termo indica a soma do desvio quadrático entre o valor do rebaixamento real em cada captação, ou seja o rebaixamento da solução que será implementada e o rebaixamento desejado ou de referência em cada captação para o cenário  $s$ , multiplicado pela probabilidade desse cenário e o coeficiente de penalidade do rebaixamento ( $C_{pr}$ ). O coeficiente de penalidade, é utilizado para penalizar a violação do rebaixamento desejado em cada captação ( $R_{desej}$ ), ou seja apenas penaliza quando o rebaixamento encontrado em cada captação para a solução que será implementada for superior ao rebaixamento desejado ou de referência em cada captação.

Por fim o terceiro termo também é escrito como uma função de desvio quadrático entre o caudal desejado e o caudal da solução a ser implementada para o cenário em consideração, multiplicado pela probabilidade desse cenário e o coeficiente de penalidade do caudal ( $C_{pc}$ ). O coeficiente de penalidade para o caudal penaliza apenas a situação cujo caudal da solução a implementar for inferior o caudal da solução desejada ou de referência.

Os dois últimos termos da função objectivo são representados de modo a considerar apenas uma violação positiva, ou seja quando o rebaixamento for inferior ao rebaixamento desejado e o caudal da solução a implementar for superior ao desejado assume-se que o desvio quadrático toma o valor zero. Estes termos torna o modelo na forma de “modelo robusto” (Mulvey et al, 1995c) porque a solução obtida será “quase” viável para cada um dos cenários. A viabilidade da função de penalidade significa que a violação de rebaixamento ou de caudal será permitido mas, os valores que os coeficientes de penalidades tomam é que conduzirá o “ótimo” valor para uma violação. Esta formulação permitirá uma avaliação do trade-off entre a “robustez da solução” e “robustez do modelo”.

O rebaixamento desejado e do caudal desejado foram introduzidos na função objectivo porque se fosse como restrição do problema o modelo não daria bom resultado, ou seja o pior cenário poderia ser considerado do ponto de vista do rebaixamento e do caudal.

Neste problema, foi considerado o terceiro termo da função objectivo porque em análise dos valores atingido pelo rebaixamento no problema determinístico nota-se que o rebaixamento na solução a implementar será inferior ao valor do rebaixamento desejado pelo que este termo seria sempre zero, daí a consideração do termo de caudal (terceiro termo).

A função objectivo e as restrições são representadas sequencialmente de seguinte forma:

$$\text{Min} \sum_{s=1}^{NC} P_s \times \left[ \begin{aligned} & \left( c_e \times \sum_{l=1}^N (HS_l + R_l) \times Q_l - C_{desej_s} \right)^2 \\ & + C_{pr} \times \sum_{i=1}^N \text{Máx} \left\{ 0; \left( R_{i,s} - R_{desej_{i,s}} \right) \right\}^2 \\ & + C_{pc} \times \sum_{i=1}^N \text{Máx} \left\{ 0; \left( Q_{Tdesej_s} - \sum_{l=1}^N Q_{l,s} \right) \right\}^2 \end{aligned} \right]$$

s.a

$$R_l = \sum_{i=1}^M A_{l,i} \times Q_i,$$

$$R_l \leq R_{\max l}, \forall l$$

$$Q_l \leq Q_{\max l}, \forall l,$$

$$R_l, Q_l \geq 0, \forall l$$

## 6 RESOLUÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

### 6.1 Introdução

O objectivo principal deste estudo é encontrar uma solução para os três problemas apresentados anteriormente.

Para analisar a resposta do sistema aquífero da península de Palmela a uma dada procura desenvolveram-se dois seguintes objectivos:

- Estudar a soma das alturas de elevação (rebaixamento + distância do nível superior inicial do aquífero ao nível do solo) para extracção de um dado caudal. No entanto, para uma melhor percepção da resposta do aquífero, o problema foi resolvido para dois valores de caudais diferentes com intuito de analisar como varia a altura de elevação com o aumento da procura e quais as captações a serem escolhidas para satisfazer essa procura.
- Analisar o custo de extracção de um dado caudal. Neste, caso o modelo de optimização foi também resolvido para os dois caudais solicitado de forma a analisar como varia o custo de extracção com o aumento da procura e quais as captações a serem utilizadas para satisfazer essa procura.
- Analisar o custo de extracção de um dado caudal considerando o método de optimização robusta tendo em conta três caudais distintos.

### 6.2 Natureza dos Problemas

Através da análise do modelo decisional representativo dos três problemas expostos anteriormente, verifica-se na primeira formulação (minimização da soma das alturas de elevação) que tanto a função objectivo como as restrições consta-se características de linearidade. Na segunda formulação (minimização do custo de extracção para o modelo determinístico) averigua-se que na função objectivo apresenta características de não linearidade. Tal facto deve-se à variação do caudal, ou seja a multiplicação do caudal pelo rebaixamento.

Na terceira formulação (minimização do custo de extracção para o modelo robusta) trata-se de um problema não linear descontínuo.

Os modelos de optimização foram resolvidos com o programa GAMS/MINOS (Murtagh e Saunders 1985d) cujo modelo foi apresentado no capítulo 4.

Bons resultados foram atingidos pela utilização do GAMS/MINOS relativo ao problema de gestão das águas subterrânea (Tenreiro et al, 2009b).

### **6.3 Dados dos Problemas**

Esta dissertação incide sobre o aquífero de Palmela. Aquífero esse discretizado por uma malha com 56 células.

As 56 células referem-se a localização das captações existentes. Assim, na resolução do problema considera-se cada célula como uma captação existente.

Os coeficientes de influência dessas 56 células são conhecidas, sendo a respectiva matriz possui as dimensões de 56 linhas por 56 colunas.

Relativamente às 56 células, têm-se ainda os dados do problema como os caudais máximos, os rebaixamentos máximos, distância entre o nível superior inicial do aquífero e o nível do solo, custo de extracção unitário, caudais solicitados.

Estes dados e também a Matriz dos Coeficientes de Influência foram retirados de Lobo-Ferreira e Migliari (2004).

### **6.4 Análise dos resultados**

#### **6.4.1 Minimização da soma das alturas de elevação**

O modelo de optimização tem como objectivo a minimização da soma das alturas de elevação (rebaixamento + distância do nível superior inicial do aquífero ao nível do solo) para extrair um dado caudal. O problema foi resolvido para dois casos de caudais a extrair: 10000 m<sup>3</sup>/dia e 50000 m<sup>3</sup>/dia. Para ambos os casos a solução óptima foi atingida com o valor da função objectivo de 1216,17 m e 1234,97 m. Os quadros 6.1 e 6.2 apresentam os resultados das captações seleccionadas para satisfazerem os caudais solicitados.



Relativamente a solução apresentada como óptima para as necessidades 10000 m<sup>3</sup>/dia, no que respeita as captações escolhidas e caudais extraídos apresenta-se no quadro 6.1.

Quadro 6.1 – Solução óptima em termos de caudais extraídos e rebaixamentos em cada captação seleccionada para solicitação de 10000 m<sup>3</sup>/dia

Captações seleccionados	Caudais extraídos (m <sup>3</sup> /dia)	Caudais máximos (m <sup>3</sup> /dia)	Rebaixamentos (m)	Rebaixamentos máximos (m)
27	1500.0	1500.0	0.30	2.5
29	1500.0	1500.0	0.45	2.5
30	1500.0	1500.0	0.15	2.5
32	1500.0	1500.0	0.40	2.5
34	1000.0	1500.0	0.10	2.5
44	1500.0	1500.0	0.30	2.5
56	1500.0	1500.0	0.30	2.5

As captações escolhidas extraem o caudal até o limite, pelo que revela-se aqui a importância da restrição de caudais máximos permitidos.

Os resultados demonstram que se não houvesse a limitação do caudal a extrair em cada captação, a extracção do caudal concentrava-se apenas numa só captação. Assim, seria escolhida a captação 27 porque permite satisfazer a procura solicitada sem ultrapassar o rebaixamento máximo exigido.

A extracção de todo caudal nesta captação, mostra ser confiável porque provoca um rebaixamento de 2.0m na zona de exploração, sendo o máximo exigido nesta captação de 2.5m.

As captações seleccionadas como as melhores para satisfazerem a solicitação (quadro 6.1), são aquelas que na maior parte apresentam menores coeficientes de influência, ou seja a bombagem nessas captações provoca nas zonas de exploração ou zonas envolventes menores rebaixamentos, o que não penaliza a região do aquífero.

Em alguns casos, nem sempre são as captações de menor coeficiente de influência as escolhidas para extracção de caudais. A luz do exemplo, a captação 29 possui o mesmo coeficiente de influência que as captações 53 e 54, mas é escolhida a captação 29. Isto deve-se ao facto desta captação apresentar menor nível estático inicial (distância entre o nível superior do aquífero e o nível do solo antes de iniciar a bombagem).

É de referir ainda que, mesmo em alguns casos a escolha de captação é baseada em outros factores como nível estático inicial (distância entre o nível superior do aquífero e o nível do

solo antes de iniciar a bombagem) e caudais máximos exigidos, o que parece ter sido preponderante na escolha das captações foram os coeficientes de influência.

No que respeita ao rebaixamento máximo exigido, este não influenciou a escolha de captações porque as captações seleccionadas apresentaram valores relativamente baixos em relação ao máximo imposto (quadro 6.1).

Para as solicitações de 50000 m<sup>3</sup>/dia as captações seleccionadas pelo modelo de optimização, levando, à semelhança do que acontece no caso da solicitação de 10000 m<sup>3</sup>/dia uma captação seleccionada é extraído o caudal até ao seu limite se não ultrapassar o rebaixamento máximo exigido. As captações escolhidas e os caudais extraídos estão indicados no quadro 6.2.

Quadro 6.2 – Solução óptima em termos de caudais extraídos em cada captação seleccionada para solicitação de 50000 m<sup>3</sup>/dia

Captações	Caudais extraídos (m <sup>3</sup> /dia)	Caudais máximos (m <sup>3</sup> /dia)	Captações	Caudais extraídos (m <sup>3</sup> /dia)	Caudais máximos (m <sup>3</sup> /dia)
12	1500.0	1500.0	33	1500.0	1500.0
13	1500.0	1500.0	34	1500.0	1500.0
18	1500.0	1500.0	36	1500.0	1500.0
19	1500.0	1500.0	39	1500.0	1500.0
20	1500.0	1500.0	41	2000.0	2000.0
21	2500.0	2500.0	43	1500.0	1500.0
22	1500.0	1500.0	44	1500.0	1500.0
23	2000.0	2000.0	45	1500.0	1500.0
24	1500.0	1500.0	47	1500.0	1500.0
25	500.0	1500.0	50	1500.0	2000.0
26	1500.0	1500.0	52	1500.0	1500.0
27	1500.0	1500.0	53	1500.0	1500.0
28	2500.0	2500.0	54	1500.0	1500.0
29	1500.0	1500.0	55	2500.0	2500.0
30	1500.0	1500.0	56	1500.0	1500.0
32	1500.0	1500.0			

Semelhante ao que acontece para solicitação de 10000 m<sup>3</sup>/dia, revela-se aqui a importância da restrição do caudal máximo em cada captação, porque na ausência desta o modelo retirava os caudais apenas duma só captação, ou seja aquela em que não violasse a restrição de rebaixamento máximo. Entretanto, neste caso tem-se uma solicitação maior (50000 m<sup>3</sup>/dia) o que leva a escolha de mais captações porque a extracção numa só captação violaria a restrição de rebaixamento máximo.

Então, o modelo escolhe uma captação e extrai o caudal até atingir o rebaixamento máximo estabelecido e depois escolhe a outra captação até satisfazer a solicitação. Assim, apresenta-se no quadro 6.3 as captações que seriam escolhidas e os caudais extraídos.

A partir desta análise, verifica-se que não só a restrição de caudal revela-se de grande importância como também a restrição de rebaixamento porque se não houvesse estas restrições qualquer solicitação seria retirada apenas numa captação.

As captações que foram escolhidas anteriormente no quadro 6.1 foram aquelas que em primeiro lugar apresentam menores coeficientes de influência, ou seja provocam rebaixamentos inferiores nas zonas de exploração ou nas zonas envolventes (quadro 6.4).

No entanto, existem captações com mesmos coeficientes de influência pelo que a escolha baseou-se em outros factores como nível estático inicial (distância entre o nível superior do aquífero e o nível do solo antes de iniciar a bombagem).

De facto, pode-se concluir que a escolha das captações não depende totalmente da análise dos coeficientes de influência, embora este representa o factor preponderante.

Quadro 6.3- Caudais extraídos e rebaixamentos sem consideração de restrição do caudal

Captações seleccionadas	Caudais extraídas (m <sup>3</sup> /dia)	Rebaixamentos (m)	Rebaix. máximo (m)
27	12500	2.5	2.5
30	25000	2.5	2.5
56	12500	2.5	2.5

Quadro 6.4- Solução óptima em termos de rebaixamentos provocados em cada captação para a solicitação de 50000 m<sup>3</sup>/dia

Captações	Rebaix. (m)	Rebaix. máximos (m)	Captações	Rebaix. (m)	Rebaix. máximos (m)
11	0.15	2.5	32	0.45	2.5
12	0.90	2.5	33	0.60	2.5
13	0.75	2.5	34	0.15	2.5
14	0.40	2.5	36	0.60	2.5
15	0.25	2.5	38	0.15	2.5
16	0.55	4.0	39	0.45	2.5
17	0.30	2.5	41	0.60	3.0
18	0.30	2.5	42	0.40	3.5
19	0.30	2.5	43	1.90	3.5
20	0.75	2.5	44	0.60	2.5
21	0.50	3.5	46	0.15	2.5
22	1.50	3.2	47	0.45	2.5
23	0.65	3.0	48	0.80	3.5
24	0.30	2.5	49	0.15	3.0
25	0.30	2.5	50	0.60	3.0
26	0.50	2.5	52	0.45	2.5
27	0.30	2.5	53	0.65	2.5
28	1.10	3.5	54	0.55	2.5
29	0.60	2.5	55	0.65	3.5
30	0.15	2.5	56	0.30	2.5

### 6.4.2 Minimização do custo utilizando o modelo determinístico

Com o objectivo de minimizar o custo de extracção de um dado caudal no aquífero em estudo, resolveu-se o modelo de optimização para dois valores diferentes de solicitações: 10000 m<sup>3</sup>/dia e 50000 m<sup>3</sup>/dia, tal como o problema da minimização da soma das alturas de elevação (rebaixamento + distância do nível superior inicial do aquífero ao nível do solo).

A resolução de um problema não linear com o Software GAMS/MINOS não atinge uma solução óptima global, pelo que torna-se necessário a aceitação de um óptimo local. Mas nem toda a solução óptima local deve ser considerada, sendo assim essencial atribuir uma solução inicial ao modelo para atingir o óptimo local de boa qualidade.

A solução atingida pelo modelo sem atribuição da solução inicial atingiu o custo de 12161.7 € para solicitação de 10000 m<sup>3</sup>/dia e o custo de 246994 € para a solicitação de 50000 m<sup>3</sup>/dia.

Para atingir o óptimo local de boa qualidade é indispensável a atribuição de uma solução inicial ao modelo. Posto isto, o resultado óptimo atingido relativo ao custo de extracção dos caudais do aquífero para a procura de 10000 m<sup>3</sup>/dia foi de 6201.48 € e de 185245.5 € referente a solicitação de 50000 m<sup>3</sup>/dia. Em termos de caudais extraídos e captações escolhidas os resultados são apresentados para ambos os casos de caudais solicitados nos quadros 6.5 e 6.6.

Quadro 6.5 – Solução óptima em termos de caudais extraídos em cada captação para solicitação de 10000 m<sup>3</sup>/dia

Captações	Caudais extraídos (m <sup>3</sup> /dia)	Caudais máximos (m <sup>3</sup> /dia)	Captações	Caudais extraídos (m <sup>3</sup> /dia)	Caudais máximos (m <sup>3</sup> /dia)
14	382.52	1500.0	36	231.43	1500.0
15	351.45	1500.0	37	347.60	1500.0
16	203.98	3000.0	38	329.51	1500.0
17	195.96	1500.0	39	241.98	1500.0
18	202.09	1500.0	40	201.90	1500.0
19	203.81	1500.0	41	230.59	2000.0
20	203.27	1500.0	42	229.13	2500.0
21	496.90	2500.0	43	219.59	1500.0
23	234.03	2000.0	44	233.53	1500.0

24	77.74	1500.0	45	414.61	1500.0
26	135.05	1500.0	46	291.22	1500.0
27	76.28	1500.0	47	130.02	1500.0
28	262.72	2500.0	48	315.58	2500.0
30	709.18	1500.0	49	352.59	1500.0
31	61.08	1500.0	50	231.31	2000.0
32	606.22	1500.0	54	77.17	1500.0
33	546.20	1500.0	55	262.58	2500.0
34	557.10	1500.0	56	135.63	1500.0
35	18.47	1500.0			

Quadro 6.6 – Solução óptima em termos de caudais extraídos em cada captação para solicitação de 50000 m<sup>3</sup>/dia

Captações	Caudais extraídos (m <sup>3</sup> /dia)	Caudais máximos (m <sup>3</sup> /dia)	Captações	Caudais extraídos (m <sup>3</sup> /dia)	Caudais máximos (m <sup>3</sup> /dia)
15	1500.0	1500.0	36	1500.0	1500.0
16	1380.3	3000.0	37	1099.3	1500.0
17	1336.2	1500.0	38	1500.0	1500.0
18	1500.0	1500.0	39	1500.0	1500.0
19	1500.0	1500.0	40	833.3	1500.0
20	1500.0	1500.0	41	1585.9	2000.0
21	2500.0	2500.0	42	1532.1	2500.0
23	1703.5	2000.0	43	1293.2	1500.0
24	775.7	1500.0	44	1500.0	1500.0
26	1081.4	1500.0	45	1500.0	1500.0
27	743.4	1500.0	46	1500.0	1500.0
28	1813.4	2500.0	47	804.6	1500.0
29	230.1	1500.0	48	1865.7	2500.0
30	1500.0	1500.0	49	1500.0	1500.0
32	1500.0	1500.0	50	1610.5	2000.0
33	1500.0	1500.0	54	751.1	1500.0

34	1500.0	1500.0	55	2500.0	2500.0
35	902.1	1500.0	56	1158.4	1500.0

A primeira solução atingida pelo modelo (sem atribuição da solução inicial) indica que o custo final é elevado e apresenta grandes rebaixamentos em captações seleccionadas para extrair caudais, pelo que não pode ser considerada uma solução óptima local de boa qualidade. Por este facto, atribui-se ao modelo uma solução inicial por forma a conseguir uma melhor solução óptima local.

Assim, cita-se no quadro 6.5 a solução óptima atingida referente as captações escolhidas e os caudais extraídos para extracção dos caudais pertencente a procura de 10000 m<sup>3</sup>/dia.

As captações escolhidas, foram aquelas que possuem menores valores de distância entre o nível superior do aquífero e o nível do solo antes de iniciar a bombagem e ao serem extraídos caudais provocam rebaixamentos menores nas zonas de exploração ou nas zonas envolventes e (quadro 6.7).

Para esta situação (minimização do custo de extracção), o modelo faz uma nova escolha de captações, ou seja retira os caudais sem levando a captação ao seu limite máximo por forma a não aumentar o rebaixamento e consequente aumento do custo de extracção.

Antagonicamente ao problema anteriormente exposto de minimização da soma das alturas de elevação para solicitação de 10000 m<sup>3</sup>/dia, nesta situação (minimização do custo de extracção) o modelo não concentra a extracção de caudal numa só captação, mas sim a extracção ocorre em várias captações de modo a provocar menores rebaixamentos possíveis, pelo que a restrição de caudal máximo e rebaixamento máximo não influenciaram a escolha de captações e consequentemente os limites máximos estabelecidos não foram ultrapassados (quadros 6.5 e 6.6), ou seja mesmo na ausência da restrição de caudal e rebaixamento máximo a extracção de caudais não ocorreria apenas numa captação. De facto, a ausência dessas restrições não interfere na escolha de captações devida a característica da função objectivo, isto é, a função objectivo é de natureza não linear logo a extracção não se concentra numa só captação.

Em semelhança do que acontece na resolução do problema para a solicitação de 10000 m<sup>3</sup>/dia, referente a solicitação de 50000 m<sup>3</sup>/dia, o modelo não atinge a solução óptima global. Portanto, uma solução óptima local deve ser utilizada como melhor solução para o problema caso possuir boas características, ou seja se a extracção de caudal provocar menor custo e rebaixamentos que a solução sem atribuição de uma solução inicial.

Para isso atribui-se ao modelo uma solução inicial por forma a conseguir para uma melhor solução óptima local. O quadro 6.6 ostenta as captações seleccionadas e os caudais extraídos para a solicitação em causa.

O resultado encontrado mostra que as captações escolhidas para extracção de caudais foram aquelas que possuem menores coeficientes de influência e também aquelas que possuem menores valores de distância entre o nível superior do aquífero e o nível do solo antes de iniciar a bombagem.

As primeiras captações seleccionadas para extracção de caudais foram aquelas que provocam menores rebaixamentos nas zonas de exploração ou nas zonas envolventes respeitando o limite estabelecido (quadro 6.8). No entanto, a distância entre o nível superior do aquífero e o nível do solo antes de iniciar a bombagem também influencia na escolha de captações, ou seja as captações com o mesmo coeficiente de influência será escolhida aquela que apresenta menor nível estático inicial (distância entre o nível superior do aquífero e o nível do solo antes de iniciar a bombagem).

Nesta situação de solicitação de 50000 m<sup>3</sup>/dia verifica-se que a restrição de caudal máximo possui grande importância porque na sua ausência, há uma tendência do modelo escolher captações que possuem baixos valores de coeficientes de influência a partir da qual possa retirar grandes volumes de caudais. Entretanto, embora o modelo tem esta tendência, há uma selecção de captações para extracção de caudais em várias captações, porque a função objectivo é de natureza não linear, o que leva as extracções de caudais serem feitas de modo a provocar menores rebaixamentos possíveis, ou seja são extraídas as captações em várias captações como afirmado anteriormente.

Relativamente a restrição de rebaixamento, esta não interfere na escolha de captações porque mesmo na sua inexistência as captações são seleccionadas de modo que os rebaixamentos sejam menores possíveis em todas as captações pelo que não atinge os máximos estabelecidos. É de referir que para esta solicitação (50000 m<sup>3</sup>/dia) algumas captações são extraídas caudais até ao limite máximo o que não era expectável acontecer, no entanto o que se justifica este facto é que o modelo escolhe captações que provocam menores rebaixamentos tanto nas zonas de exploração como nas zonas envolventes para poder minimizar o custo de extracção.

Quadro 6.7- Solução óptima e termos de rebaixamentos provocados em cada captação para a solicitação de 10000 m<sup>3</sup>/dia



Captações	Rebaix. (m)	Rebaix. máximos (m)	Captações	Rebaix. (m)	Rebaix. máximos (m)
11	0.06	2.5	34	0.06	2.5
12	0.04	2.5	35	0.32	2.5
13	0.02	2.5	36	0.12	2.5
14	0.31	2.5	37	0.64	2.5
15	0.23	2.5	38	0.27	2.5
16	0.24	4.0	39	0.19	2.5
17	0.14	2.5	40	0.44	2.5
18	0.06	2.5	41	0.12	3.0
19	0.04	2.5	42	0.15	3.5
20	0.06	2.5	43	0.55	3.5
21	0.17	3.5	44	0.11	2.5
22	0.28	3.2	45	0.38	2.5
23	0.07	3.0	46	0.19	2.5
24	0.02	2.5	47	0.28	2.5
25	0.01	2.5	48	0.42	3.5
26	0.04	2.5	49	0.68	3.0
27	0.08	2.5	50	0.13	3.0
28	0.14	3.5	51	0.12	2.5
29	0.12	2.5	52	0.12	2.5
30	0.07	2.5	53	0.11	2.5
31	0.22	2.5	54	0.04	2.5
32	0.19	2.5	55	0.06	3.5
33	0.19	2.5	56	0.03	2.5

Quadro 6.8- Solução óptima em termos de rebaixamentos provocados em cada captação para a solicitação de 50000 m<sup>3</sup>/dia

Captações	Rebaix. (m)	Rebaix. máximos (m)	Captações	Rebaix (m)	Rebaix. máximos (m)
11	0.42	2.5	34	0.15	2.5
12	0.30	2.5	35	2.10	2.5
13	0.15	2.5	36	0.60	2.5
14	0.93	2.5	37	2.50	2.5
15	0.97	2.5	38	1.18	2.5
16	1.23	4.0	39	0.98	2.5
17	0.84	2.5	40	1.83	2.5
18	0.43	2.5	41	0.78	3.0
19	0.30	2.5	42	0.93	3.5
20	0.45	2.5	43	2.49	3.5
21	0.65	3.5	44	0.58	2.5
22	1.45	3.2	45	1.61	2.5
23	0.51	3.0	46	0.91	2.5
24	0.16	2.5	47	1.45	2.5
25	0.11	2.5	48	2.25	3.5
26	0.32	2.5	49	2.96	3.0
27	0.50	2.5	50	0.79	3.0
28	0.93	3.5	51	0.57	2.5
29	0.57	2.5	52	0.49	2.5
30	0.15	2.5	53	0.54	2.5
31	0.87	2.5	54	0.40	2.5
32	0.45	2.5	55	0.58	3.5
33	0.60	2.5	56	0.23	2.5

#### 6.4.3 Modelo de Optimização robusta

A teoria de optimização é um conjunto de métodos numéricos utilizados na busca e identificação de melhores soluções candidatos em um conjunto de várias soluções

alternativas, sem avaliar todas as possibilidades. Na área da engenharia o processo de optimização é frequentemente aplicado, pois uma das funções do engenheiro é encontrar soluções mais eficazes para um dado problema, ou seja com qualidade e custo reduzido.

Nesta secção apresenta-se os resultados atingidos para o caso de estudo (minimização do custo de extracção de um dado caudal) através da aplicação do método de optimização robusta. Este método permite a resolução de um problema sob condições de incerteza das variáveis de decisão (incógnitas a serem determinadas pela solução do modelo).

No presente caso a incerteza é referente a solicitação do caudal, ou seja não há certeza de como varia a solicitação de caudal. Assim foi considerada as solicitações 65000 m<sup>3</sup>/dia, 70000 m<sup>3</sup>/dia e 75000 m<sup>3</sup>/dia para este problema. Por isso, diferentes valores de probabilidades foram experimentados (quadro 6.9).

Quando 6.9- Probabilidade da ocorrência dos cenários

	Probabilidades de ocorrência				Probabilidades de ocorrência		
Caso1	0.25	0.25	0.5	Caso7	0.2	0.2	0.6
Caso2	0.25	0.5	0.25	Caso8	0.2	0.6	0.2
Caso3	0.5	0.25	0.25	Caso9	0.6	0.2	0.2
Caso4	0.1	0.1	0.8	Caso10	0.4	0.2	0.4
Caso5	0.1	0.8	0.1	Caso11	0.4	0.4	0.2
Caso6	0.8	0.1	0.1	Caso12	0.2	0.4	0.4

Baseando nos valores de probabilidades considerados anteriormente, o que parece ser mais conveniente é o caso 1, porque é o que parece adequar mais com a realidade, isto é, o mais provável é que a solicitação aumenta mas não tanto em relação a procura (solicitação) se manter ou diminuir.

Neste contexto não basta apenas as probabilidades de ocorrência, daí que, vários coeficientes de penalidades foram atribuídos para penalizar quando o rebaixamento for superior ao rebaixamento adequado e quando o caudal solicitado desejado for superior ao caudal total extraído, sendo assim as soluções atingidas são mostradas nas figuras 6.1 a 6.3.

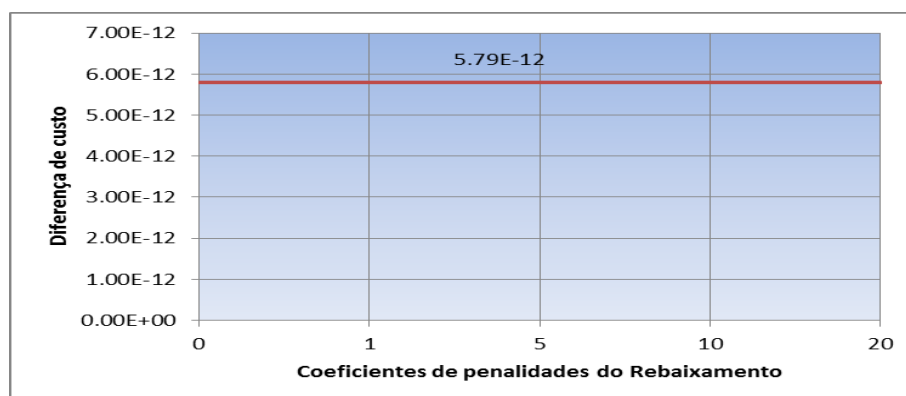


Figura 6.1- Variação da diferença de custo com os coeficientes de penalidades do rebaixamento para o caso 1

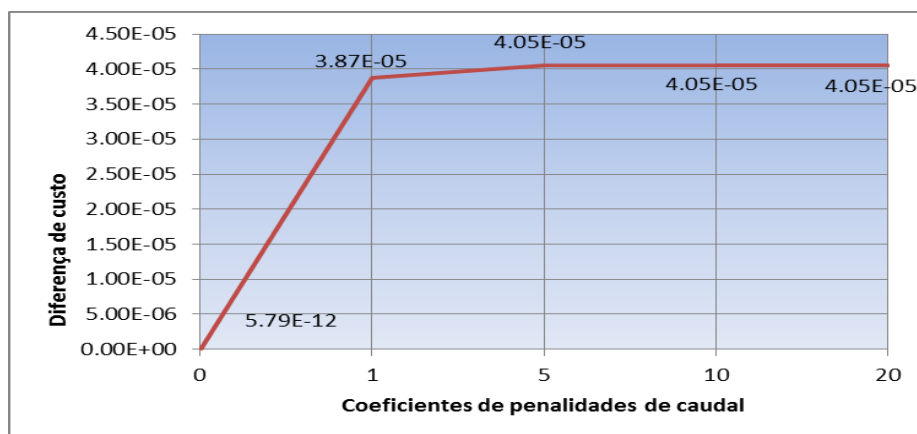


Figura 6.2- Variação da diferença de custo com os coeficientes de penalidades do caudal para o caso 1

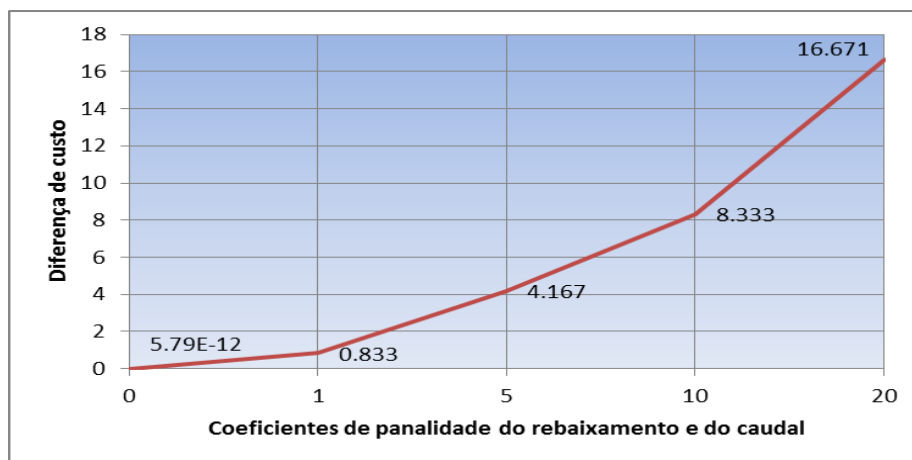


Figura 6.3- Variação da diferença de custo com os coeficientes de penalidades do rebaixamento e do caudal para o caso 1

Observando a figura 6.1, nota-se que assumindo o valor zero para o coeficiente de penalidade do caudal não ocorre nenhuma variação respeitante a diferença de custo (valor da função objectivo) qualquer que seja o valor do coeficiente de penalidade de rebaixamento. Isto deve-se ao facto dos rebaixamentos ocorrido na solução a implementar serem na maior parte inferior aos rebaixamentos desejados.

Relativamente a figura 6.2 verifica-se que a diferença de custo aumenta com o aumento do coeficiente de penalidade do caudal considerando o coeficiente de penalidade do

rebaixamento zero. Nesta situação as captações violadas para o caso de aumentar o coeficiente de penalidade do caudal e mantendo nulo o coeficiente de penalidade do rebaixamento apresenta-se no quadro 6.10. A figura 6.3 mostra que considerando os mesmos valores dos coeficientes de penalidades para o rebaixamento e o caudal, a diferença de custo aumenta com o aumento dos coeficientes de penalidades. No total de 9 captações foram violadas para os coeficientes de penalidades do caudal utilizados, isto é, os rebaixamentos atingidos foram superiores aos valores de rebaixamentos desejados, mas para cada coeficiente de penalidade o rebaixamento total atingido difere um do outro diminuindo com o aumento dos coeficientes de penalidades.

Quadro 6.10 – Captações violadas considerado nulo o coeficiente de penalidade do rebaixamento para o caso 1

Coeficiente de penalidade do caudal	Captações violadas	Rebaixamento desejado total violado
1	1; 2; 14; 22; 37; 43; 47; 48; 49	5.20
5	1; 2; 14; 22; 31; 35; 37; 43; 47; 48;49	6.12

Analisando o quadro 6.10 verifica-se que 9 captações foram violadas considerando o coeficiente de penalidade do caudal de valor 1 (situação 1), entretanto, 11 captações foram violadas para o caso de se considerar o coeficiente de penalidade de valor 5 (situação 2). Resultados iguais a situação 2 foram atingidos para os coeficientes de penalidades de valores 10 e 20.

Experimentando várias vezes os valores de probabilidades e de coeficientes de penalidades chega-se a solução robusta do problema. Como esperado, o menor custo (0.833 €) foi obtido para  $C_{pr}=1$  e  $C_{pc}=1$  onde o rebaixamento total desejado é violado em 2.24 m. Relativamente aos coeficientes de penalidades  $C_{pr}=5$  e  $C_{pc}=5$  o custo é de 4.167 €, para  $C_{pr}=10$  e  $C_{pc}=10$  o custo é de 8.33 € e por fim para o  $C_{pr}=20$  e  $C_{pc}=20$  o custo é 16.671 € onde para estas três últimas situações provocaram uma violação de 2 m no rebaixamento total desejado, ou seja no total das 56 captações 15 captações o rebaixamento provocado foi superior ao rebaixamento desejado e esta violação é menor em relação aos coeficientes de penalidades iguais a 1, com isso verifica-se que de facto a aplicação de maior coeficiente penalidade não só aumenta a diferença de custo como também diminui a violação dos rebaixamentos desejados.

Relativamente ao caudal extraído corresponde ao total de 75000 m<sup>3</sup>/dia relativo a todos esses coeficientes de penalidades utilizados. Isto significa, que referente a incerteza dos cenários que podem ocorrer no futuro a solicitação de 75000 m<sup>3</sup>/dia é a que melhor se justifica.

No quadro 6.11 apresenta-se as captações seleccionadas para extracção de caudais bem como os caudais extraídos alusivo a solução de menor custo. Essas captações são extraídas caudais até ao limite máximo respeitando as restrições de rebaixamento máximo, pelo que a restrição de caudal revela-se essencial porque caso contrário a extracção concentrava-se apenas numa captação. As captações escolhidas foram aquelas que provocam menores rebaixamentos tanto nas zonas de exploração como nas zonas envolventes o que não penaliza a região do aquífero (quadro 6.12). Os rebaixamentos a negrito nesse quadro são aqueles em que as captações foram violadas os rebaixamentos desejados representando um total de 2.24 m.

Quadro 6.11- Solução do modelo robusto em termos de caudais extraídos e captações seleccionadas

Captações	Caudais extraídos (m <sup>3</sup> /dia)	Caudais máximos (m <sup>3</sup> /dia)	Captações	Caudais extraídos (m <sup>3</sup> /dia)	Caudais máximos (m <sup>3</sup> /dia)
1	1054.7	1500.0	29	1500.0	1500.0
2	138.2	1500.0	30	1500.0	1500.0
3	710.1	2500.0	31	1500.0	1500.0
4	228.6	2000.0	32	1500.0	1500.0
5	277.7	1500.0	33	1500.0	1500.0
6	499.3	2000.0	34	1500.0	1500.0
7	0.0	2000.0	35	707.4	1500.0
8	0.0	1500.0	36	1500.0	1500.0
9	353.8	1500.0	37	0.0	1500.0
10	437.1	1500.0	38	1277.0	1500.0
11	92.4	1500.0	39	1500.0	1500.0
12	1500.0	1500.0	40	820.2	1500.0
13	1500.0	1500.0	41	2000.0	2000.0
14	1461.3	1500.0	42	2500.0	2500.0
15	1500.0	1500.0	43	1500.0	1500.0
16	3000.0	3000.0	44	1500.0	1500.0
17	1500.0	1500.0	45	1500.0	1500.0
18	1500.0	1500.0	46	1500.0	1500.0
19	1500.0	1500.0	47	1500.0	1500.0
20	1500.0	1500.0	48	2063.2	2500.0

21	2500.0	2500.0	49	879.0	1500.0
22	1500.0	1500.0	50	2000.0	2000.0
23	2000.0	2000.0	51	1500.0	1500.0
24	1500.0	1500.0	52	1500.0	1500.0
25	1500.0	1500.0	53	1500.0	1500.0
26	1500.0	1500.0	54	1500.0	1500.0
27	1500.0	1500.0	55	2500.0	2500.0
28	2500.0	2500.0	56	1500.0	1500.0

Quadro 6.12 – Solução do modelo robusto em termos de rebaixamento ocorrido em cada captação

Captações	Rebaix. (m)	Rebaix. desejado (m)	Captações	Rebaix. (m)	Rebaix. desejado (m)
1	<b>2.01</b>	2.0	29	0.80	1.5
2	<b>2.02</b>	2.0	30	0.15	1.5
3	2.50	2.5	31	1.42	1.5
4	<b>2.03</b>	2.0	32	0.45	1.5
5	2.00	2.0	33	0.60	1.5
6	<b>2.01</b>	2.0	34	0.15	1.5
7	0.67	2.0	35	<b>1.53</b>	1.5
8	1.27	1.5	36	0.60	1.5
9	<b>1.54</b>	1.5	37	1.03	1.5
10	1.50	1.5	38	1.10	1.5
11	<b>1.53</b>	1.5	39	0.88	1.5
12	1.08	1.5	40	<b>1.55</b>	1.5
13	0.93	1.5	41	0.98	2.0
14	<b>1.90</b>	1.5	42	1.28	2.5
15	<b>1.52</b>	1.5	43	<b>2.96</b>	2.5
16	2.30	3.0	44	0.60	1.5
17	1.32	1.5	45	1.12	1.5
18	0.49	1.5	46	0.90	1.5

19	0.30	1.5	47	<b>1.74</b>	1.5
20	0.83	1.5	48	<b>2.82</b>	2.5
21	0.85	2.5	49	<b>2.04</b>	2.0
22	<b>2.74</b>	2.2	50	0.98	2.0
23	0.75	2.0	51	0.95	1.5
24	0.30	1.5	52	0.90	1.5
25	0.60	1.5	53	1.10	1.5
26	0.60	1.5	54	0.55	1.5
27	0.58	1.5	55	0.65	2.5
28	1.45	2.5	56	0.30	1.5



## 7 CONCLUSÃO

Na presente dissertação apresentou-se a resolução de três problemas hipotéticos de extracção de águas subterrâneas recorrendo a um aquífero real, o aquífero de Palmela, cuja descrição se fez no capítulo 5 do presente trabalho.

O primeiro problema consistiu em minimizar a soma das alturas de elevação para extracção de um dado caudal, onde foi considerado duas solicitações diferentes de caudal.

O segundo problema consistiu em minimizar o custo para extracção de um dado caudal. Neste problema também foi considerado duas solicitações diferentes de caudal. Tanto no primeiro como segundo problema utilizou-se o método de optimização determinístico para as suas resoluções.

Por último, o terceiro problema residiu na minimização do custo de extracção de um dado caudal tendo em conta a aplicação do método de optimização robusta. A utilização deste método permitiu a resolução do problema sob incerteza. No caso concreto a incerteza incide nas solicitações de caudais, ou seja não se conhece como varia a procura de água o que fornece maior robustez ao modelo.

Pretendeu-se resolver os três problemas referidos acima respeitando todas as restrições impostas. Como se nota, trata-se de um problema de planeamento e gestão de um sistema aquífero que se pretendeu resolver considerando apenas a componente extracção sem levar em conta os outros componentes por forma a simplificar o problema em causa. Assim, o modelo decisional passa a ter apenas características de linearidade e não linearidade.

Através da utilização do método dos coeficientes de influência, construiu-se o modelo decisional, onde foram incluídas as equações descritivas do aquífero.

Assim, o modelo decisional utiliza o princípio de sobreposição de efeitos, pela utilização da Matriz dos coeficientes de influência referido no capítulo 3.

Neste trabalho, foi utilizado o programa GAMS/MINOS cujo Software foi apresentado no capítulo 4. Este método de optimização tem dado bons resultados na resolução de problemas com natureza linear e não linear.

GAMS/MINOS é projectado para encontrar soluções que sejam localmente óptima. Tratando-se de um problema de características lineares o óptimo global é atingido com relativa facilidade. Entretanto, quando se trata de problemas de natureza não linear com função objectivo e funções de restrições não convexas, caso do segundo problema deste trabalho, não

se atinge o óptimo global, tornando-se necessário a escolha de uma solução inicial para aumentar a possibilidade de atingir uma solução óptima local próximo de um óptimo global. Contudo, se a função objectivo e as funções de restrição são convexas qualquer solução obtida será um óptimo global, caso que não acontece neste trabalho.

Pela resolução do problema de minimização da soma das alturas de elevação para a extracção de caudal a solução óptima foi atingida. Esta solução é considerada óptima global visto que se trata de um problema de natureza linear. As captações escolhidas foram aquelas que apresentam menores coeficientes de influência, ou seja provocam menores rebaixamentos nas zonas de exploração ou nas zonas envolventes. Embora os coeficientes de influências foram preponderantes na selecção de captações, também os parâmetros como nível estático inicial e restrição de caudal máximo influenciaram nessa selecção. A restrição de caudal máximo revelou de grande importância porque na ausência desta a extracção de caudal concentrava-se apenas numa captação.

Relativamente ao problema de minimização do custo de extracção do caudal, como se trata de um problema de natureza não linear a solução óptima global nunca é atingida. Assim torna-se necessário a consideração de uma solução óptima local que seja de boa qualidade. Para isso, foi atribuído ao modelo uma solução inicial e o óptimo local de boa qualidade foi encontrado. As captações escolhidas, foram aquelas que possuem menores valores de distância entre o nível superior do aquífero e o nível do solo antes de iniciar a bombagem e ao serem extraídos caudais provocam rebaixamentos menores nas zonas de exploração ou nas zonas envolventes. Para esta situação o modelo faz uma nova escolha de captações, ou seja retira os caudais sem levando a captação ao seu limite máximo por forma a não aumentar o rebaixamento e consequente aumento do custo de extracção, pelo que a restrição do caudal e do rebaixamento não tem grande importância e isto acontece por causa da característica da função objectivo (natureza não linear).

Tanto para a situação de minimização do custo como a minimização da soma das alturas de elevação para extracção do caudal a restrição do rebaixamento não foi violada. Esses dois problemas foram resolvidos considerando o método de optimização determinística, ou seja se conhece exactamente as solicitações de caudais.

Por outro lado a utilização do modelo de optimização robusto para resolver o problema sob a incerteza nas solicitações de caudais fornece maior robustez aos resultados. Entretanto conclui-se que aumentando os coeficientes de penalidades do rebaixamento e do caudal a diferença do custo (função objectivo) aumenta, mas a violação do rebaixamento desejado diminui. As captações escolhidas são aquelas que provocam menores rebaixamentos tanto nas zonas de exploração como nas zonas envolventes o que não penaliza a região do aquífero.

Aqui a restrição do caudal máximo revela-se importante porque se não houvesse esta restrição a extracção de caudal concentrava-se numa só captação.

A consideração do modelo de optimização robusto revela-se mais adequado em relação ao modelo optimização determinístico porque quando não se tem a certeza dos cenários que podem acontecer no futuro, neste caso, as solicitações dos caudais, o modelo de optimização robusto permite atingir resultados fiáveis para todos os cenários prováveis ao contrário do modelo determinístico que não se consegue aplicar no caso de incerteza. A formulação do modelo robusto permitirá uma avaliação do trade-off entre a “robustez da solução” (soma do desvio quadrático entre o valor da função objectivo) e “robustez do modelo” (soma do desvio quadrático entre o rebaixamento real e o rebaixamento desejado e a soma do desvio quadrático entre o caudal desejado e o caudal na solução a implementar).

Por fim, o Software (GAMS/MINOS) utilizado para resolver todos os problemas abordados nesta dissertação demonstrou-se a altura, embora o óptimo global não foi conhecido para os problemas de natureza não linear. Por isso, será interessante comparar os resultados atingidos por este solver com os outros solvers em termos de custo mínimo e tempo de resolução que permitem a resolução dos problemas de natureza lineares e não lineares.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aguado, E., Remson, I., Pikul, M.F. e Thomas, W. A. (1974). "Optimal pumping for aquifer dewatering". ASCE - Journal of the Hydraulics Division, Vol. 100, Issue 7, pp. 869-877.

Alley, W.M., Aguado, E. e Remson, I. (1976). "Aquifer management under transient and steady-state conditions". Journal of the American Water Resources Association, Vol. 12, Issue 5, pp. 963-973.

Almeida, J. P. e Cunha, M. C. (2006). "Optimum water allocation in a multipurpose reservoir with hourly varying hydroelectric tariff and seasonally varying agricultural production response". Joint International Conference on Computing and Decision Making in Civil and Building Engineering, CD Edition, 10 p., June, Montréal, Canada.

Ayvaz, M. T. e Karahan, H. (2008). "A simulation/optimization model for the identification of unknown groundwater well locations and pumping rates". Journal of Hydrology, Vol. 357, Issue 1-2, pp. 76-92.

Bear, J. (1979). "Hydraulics of groundwater". McGraw-Hill.

Chang, Y.-L., Tsai, T.-L., Yang, J.-C. e Tung, Y.-K. (2007). "Stochastically Optimal Groundwater Management Considering Land Subsidence". Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 133, Issue 6, pp. 486-498.

Cunha, M.C. (1997). " Hidrologia Subterrânea". Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra.

Cunha, M. C. (2003). "four approaches for groundwater development planning". Engineering Optimization, Vol. 35, Issue 1, pp. 39-49.

Cunha, M.C. (2006). " Gestão da Água". Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra.

Deput, J. (1863). "Etudes theoriques et pratiques sue le mouvemente des eaux dans les canaux de couverts et a travers les terrains permeables". 2<sup>nd</sup> edn, Dunod, Paris, 304.

- Dhar, A. e Datta, B. (2007). "Multiobjective Design of Dynamic Monitoring Networks for Detection of Groundwater Pollution". *Journal of Water Resources Planning Management*, Vol. 133, Issue 4, pp. 329-338.
- Fragoso, T. (2002). "Planeamento e Gestão de Sistemas Aquíferos- Aplicação a um aquífero Português". Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra.
- Fragoso, T., Cunha, M.C. e Lobo-Ferreira, J.P. (2009). "Optimal pumping from Palmela water supply wells (Portugal) using simulated annealing". *Hydrogeology Journal*, Vol.17, Issue 8, pp. 1935-1948.
- Gad, M.I., El Sheikh, A.E. e El Osta, M.M. (2011). "Optimal management for groundwater of Nubian aquifer in El Dakhla depression, Western Desert, Egypt". *International Journal of Water Resources and Environmental Engineering*, Vol. 3, Issue 14, pp. 393-409.
- Gaur, S., Chahar, B. R. e Graillot, D. (2011). "Analytic elements method and particle swarm optimization based simulation–optimization model for groundwater management". *Journal of Hydrology*, Vol. 402, Issue 3-4, pp. 217-227.
- Gorelick, S. M. (1983). "A review of distributed parameter groundwater management modeling methods". *Water Resources. Research*, Vol. 19, Issue 2, pp. 305-319.
- Gupta, R. S. (1989). "Hydrology & hydraulic systems". Prentice Hall.
- Gupta, A., Nobil, N. e Paudyal, G.N. (1996). "Ground-Water Management Model for an Extensive Multiaquifer System and an Application". *Ground Water*, Vol. 34, Issue 2, pp. 349-357.
- Haimes, Y.Y. (1973). "Integrated systems identification and optimization for conjunctive of ground surface water". OWRP report, Office of water Resources Research, U.S. Geological Survey, Reston.
- Heidari, M. (1982). "Application of linear system's theory and linear programming to ground water management in Kansas". *Water Resources Bulletin*, Vol. 18, Issue 6, pp. 1003-1012.
- Hilton, A.B. e Culver T.B. (2005). "Groundwater Remediation Design under Uncertainty Using Genetic Algorithms". *Journal of Water Resources Planning Management*, Vol. 131, Issue 1, pp. 25-34.

Hsiao, C.-T. e Chang, L.-C. (2002). "Dynamic Optimal Groundwater Management with Inclusion of Fixed Costs". ASCE -Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 128 Issue 1, pp. 57-65.

Hunbert, P. e Levassor, A. (1977). "Planification à long terme de l'exploration d'une nappe d'eau souterraine". Mémoires de l'AIH, Birmingham, 13-1, A13-A23.

Illangasekare, T. e Morel-Seytoux, H. J. (1986). "A discrete Kernel simulation model conjunctive management of a stream-aquifer system". Journal of Hydrology, Vol. 85, Issue 3-4, pp. 319-338.

Jacob, C. E. (1940). "On the flow of water in an elastic artesian aquifer". Trans. Am. Geophys. Un., pt. 2, 574-586.

Kalwij, I. M. e Peralta, R.C. (2008). "Non-adaptive and adaptive hybrid approaches for enhancing water quality management". Journal of Hydrology, Vol. 358, Issue 3-5, pp. 182-192.

Lencastre, A. E Frango F. M. (1992). "Lições de Hidrologia". Universidade Nova de Lisboa, F.C.T..

Lobo-Ferreira, J.P.C. e Migliari, E. (2004). "Gestão optimizada das águas subterrâneas: aplicação ao caso de estudo do abastecimento de águas subterrâneas do concelho de Palmela". pp. 127-136.

Lin, Y.-C. e Yeh, H.-D. (2008). "Identifying groundwater pumping source information using simulated annealing". Hydrological Processs, Vol. 22, Issue 16, pp. 3010-3019.

Maddock III, T., (1972). "Algebraic technological function from a simulation model". Water Resources. Research, Vol. 8, Issue 1, pp. 129-134.

Maddock III, T., (1974). "The operation of a stream-aquifer system under stochastic demands". Water Resources. Research, Vol. 10, Issue 1, pp. 877-881.

Maskey, S., Jonoski, A. e Solomatine, D.P. (2002). "Groundwater Remediation Strategy Using Global Optimization Algorithms". ASCE- Journal of water Resources Planning and Management, Vol. 128, Issue 6, pp. 431-440.

- McCarl, B. A., Meeraus, A., Eijk, P., Bussieck, M., Dirkse, S., Steacy, P. e Nelissen, F. (2012). *GAMS user's Guide*- version 23.6, pp. 3-789.
- Mckinney, D. C. e Savitsky, A. G. (2003). "Basic Optimization Models for Water and Energy Management". pp. 5-116.
- Moharram, S.H., Gad, M.I., Saafan, T.A. e Allah, S. K. (2012). "Optimal Groundwater Management Using Genetic Algorithm in El-Farafra Oasis, Western Desert, Egypt". *Water Resources Management*, Vol. 24, Issue 4, pp. 927-948.
- Montaglou, A., Papantoniou, M. e Giannouloupoulos, P. (2004). "Management of coastal aquifers based on nonlinear optimization and evolutionary algorithms". *Journal of Hydrology*, Vol. 297, Issue 1-4, pp. 209-228.
- Moradi- Jalal, M., Rodin, S. I. e Mariño, M. A. (2004). "Use of Genetic Algorithm in Optimization of Irrigation Pumping Stations". *ASCE- Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, Vol. 30, Issue 5, pp. 357-365.
- Morel-Seytoux, H.J. e Daly, C. J. (1975). "A Discrete Kernel generator for stream-aquifer studies". *Water Resources Research*, Vol. 11, Issue 2, pp. 253-260.
- Morel-Seytoux, H. J. (1988). "Soil-aquifer-stream interactions - A reductionist attempt toward physical-stochastic integration". *Journal of Hydrology*, Vol. 102, Issue 1-4, pp. 355-379.
- Mulvey, J.M., Vanderbei, R. J. e Zenios, S.A. (1995). "Robust Optimization of Large Scale System". *Operations Research*, Vol. 43, Issue 2, pp. 264-281.
- Murtagh, B. A., e M. A. Sunders, (1985). *MINOS 5.1 user's guide*. Syst. Optimiz. Lab. Tech. rep. SOL. 83-20R. Department of Operations Research, Stanford University.
- Park, Y.-C., Jeong, J.M., Eom, S.I. e Jeong, U. P. (2011). "Optimal management design of a pump and treat system at the industrial complex in Wonju, Korea". *Geosciences Journal*, Vol. 15, Issue 2, pp. 207-223.
- Rao, S.V.N., Thandaveswara, B. S., Bhallamudi, S. M. e Srinivasulu V. (2003). "Optimal Groundwater Management in Deltaic Regions using Simulated Annealing and Neural Networks". *Water Resources Management*, Vol. 17, Issue 6, pp. 409-428.
- Singh, T.S. e Chakrabarty, D. (2010). "Multi-objective optimization for optimal groundwater remediation design and management systems". *Geosciences Journal*, Vol. 14, issue 1, pp. 87-97.

Spiliotopoulos, A.A., Karatzas, G.P. e Pinder, G.F., (2004). “ A multiperiod approach to the solution of groundwater management problems using an outer approximation method”. *European Journal of Operational Research*, Vol. 157, Issue 2, pp. 514-525.

Tenreiro, R., Cunha, M. C., Monteiro, J. P. e Vieira, J. (2008). “Modelos de apoio à decisão para a gestão das águas subterrâneas”. VI Congresso Ibérico sobre gestão e planeamento da água, Vitoria-Gasteiz, 4 a 7 de Dezembro.

Theodossiou, N. P. (2004). “Application of Non-Linear Simulation and Optimisation Models in Groundwater Aquifer Management”. *Water Resources Management*, Vol. 18, Issue 2, pp. 125-141.

Zeferino, J.A., Cunha, M.C. e Antunes, A.P. (2012). “Robust optimization approach to regional wastewater system planning”. *Journal of Environmental Management*, 109, 113-122.

Zoltay, V. I., Vogel, R.M., Kirshen, P. H. e Westphal, K. S. (2010). “Integrated Watershed Management Modeling: Generic Optimization Model Applied to the Ipswich River Basin”. *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol. 136, Issue 5, pp.566-575.